کلیاتِ ریاضی

مصنفہ و مرتبہ

لالہ امر ناتھ صاحب اگروال۔ ہیڈ ماسٹر سکول ڈوڈھر تحصیل موگا

برائے افادہ طلبہ

جماعت ہشتم اینگلو ورنیکلر۔ ورنیکلر مدارس

جے۔ وی۔ و۔ ایس۔ وی کلاس

حسب فرمائش

لالہ مہر چند اینڈ سنز بکسیلرز پبلشرز۔ موگا

ضلع فیروزپور

قیمت فی جلد ۱۲؍

مطبوعہ عام پریس لاہور

انتظام پنجاب

عام دیہاتی آبادی۔ اڈلٹ سکول طلبا۔ چوتھی جماعت

بچے مڈل اور انٹرنس کے طالب علم اس کتاب سے یکساں

فائدہ اٹھا سکتے ہیں دیہاتی آبادی اپنی معلومات میں اضافہ کر سکتی

چوتھی جماعت کے بچے باتوں باتوں میں بڑی بڑی باتیں سمجھنے کی اد

کر سکتے ہیں مڈل اور انٹرنس کے طالب علم اپنے امتحانی سوالات کے جواب

خاطر خواہ لکھ سکتے ہیں۔ لہذا یہ کتاب ہر لحاظ بچوں اور بوڑھوں کے لئے

ہر اس شخص کے لئے جسے انتظام حکومت پنجاب کی نسبت کچھ واقفیت

مطلوب ہو اس کتاب کے مطالعہ سے فائدہ اٹھائے علاوہ یہ کہ کتاب

نہایت آسان اور سلیس زبان میں بطرز سوال و جواب لکھی گئی ہے

المشتہر

نہر چند اینڈ سنز تاجران کتب گنگا ضلع فیروزپور

دیباچہ

سب سے پہلے میں اُن اصحاب کا شکریہ ادا کرتا ہوں۔ جنھوں
[نے] مجھے اس چھوٹی سی کتاب لکھنے کے لئے اُبھارا۔ اور گاہے گاہے
[کم]ترین کو اپنی اعلیٰ اور قیمتی راؤں سے مستفیذ فرماتے رہے ہیں۔
اپنے تعلیمی تجربے سے یہ بات معلوم کی۔ کہ کسی مشکل سوال کا
[کو] خداداد لیاقت سے حل کر لینا کچھ اور بات ہے۔ لیکن ایک اصول
[کو م]د نظر رکھ کر اس کے مدارج میں سے گزرتے ہوئے کسی کام کے
[نتی]جہ یا انجام کو پہنچنا اُس کام کے کرنے کا ڈھنگ یا طریقہ۔ گر یا قاعدہ
[ک]ہلاتا ہے۔ جن پر چلکر ہر ایک آدمی اپنے اصل مطلب یا مدعا کو
پہنچتا ہے۔ پس ہم خواہ کسی کام کے کرنے میں کامیاب ہوں
یا ناکامیاب۔ لیکن نہیں ہر ایک کام کسی قاعدے یا طریقے یا اصول
کے مطابق کرنا چاہیے۔ جس سے کامیابی یقینی ہے۔ ناکامیابی
کی صورت میں ہماری سہو ہوگی۔ لیکن اس صورت میں ہمیں
کوئی آدمی بے اصول نہیں کہہ سکیگا۔ اس چھوٹی سی کتاب میں
علم ریاضی کے تمام اصولوں کو جمع کر کے مختصر صورت میں ظاہر
کیا گیا ہے۔ جن کو مد نظر رکھتے ہوئے علم ریاضی کے تمام مرحلوں
سے گزر جانا ایک آسان بات ہے۔

اول وہ تمام گر جو ہندی حساب اور جیامٹری جماعتوں میں
طلباء کو سکھائے جاتے ہیں۔ اور ہر قسم کے پیمانے جن کا
تعلق روزانہ زندگی سے پڑتا ہے درج ہیں۔ جن سے
طالبعلموں کو واقفیت حاصل کرنی لازمی ہوتی ہے۔

بعد ازاں وہ مختلف طریق جو زبانی حساب میں مستعمل ہوتے ہیں۔ اُن کے تمام مدارج کو باد فصاحت درج کیا گیا ہے۔ مشکل مسائل کو تمثیلات کے ذریعے سمجھایا گیا ہے

۲۔ زبانی حساب کے لئے ضرب اور تقسیم کا کافی مسالہ دیا گیا ہے۔ نوکٹیاں۔ نظر سے اجزا معلوم کرنا وغیرہ وغیرہ درج کئے گئے ہیں۔ حساب کے پرائمری سے لے کر مڈل تک اور جے۔ وی۔ ایس۔ وی وغیرہ کے قاعدے اور تعریفیں اور مثالیں دے کر واضح کئے گئے ہیں۔

۳۔ جیومیٹری کے تمام اُصول اور کلیئے اور مشکل گتھیوں کے حل اور عملی اشکال بنانے کے طریق درج ہیں۔

۴۔ الجبرے کے بنیادی اُصول۔ علوم متعارفہ۔ جمع۔ تفریق۔ ضرب تقسیم۔ عمل علامات اور کلیئے درج کئے گئے ہیں۔ اور بعض مسائل کو علم ریاضی کی ہرسہ شاخوں سے ثابت کر کے دکھایا گیا ہے۔

۵۔ ہرسہ شاخوں کی شق کے متعلق نہایت مشکل اور دقیق سوالات جنہیں درج شدہ کلیات کا استعمال کرنا پڑتا ہے۔ اور طالب علم کو اپنی ذہنی تربیت کا امتحان دینا پڑتا ہے۔ دیئے گئے ہیں۔ جن کو حل کرنے سے طالب علم میں ہر مشکل سوال کو حل کرنے کا حوصلہ پیدا ہو جاتا ہے۔ اگر مطالعہ کنندگان اصحاب اس میں کوئی غلطی دیکھیں تو عاجز کو مطلع کریں۔ میں ایسے اصحاب کا تہ دل سے مشکور ہوں گا۔ اگر ناظرین علم ریاضی نے اس کتاب کو پسند فرما کر میری حوصلہ افزائی کی تو عنقریب ہی ایک کتاب اسرار ریاضی نامی ہدیہ ناظرین کروں گا +

نیازمند :۔ **امرناتھ اگروال**۔ مقام داؤدھر تحصیل موگا

دنوں کے نام

زبان	١	٢	٣	۴	۵	۶	۷
پنجابی نام	سوموار	منگلوار	بدھوار	جمعرات	شکروار	سنیچروار	اتوار
انگریزی نام	منڈے	ٹیوزڈے	ویڈنسڈے	تھرسڈے	فرائیڈے	سیٹرڈے	سنڈے
فارسی نام	دوشنبہ	سہ شنبہ	چہارشنبہ	پنجشنبہ	آدینہ	شنبہ	یکشنبہ

مہینوں کے نام

فارسی مہینوں کے نام :- فروردی - بہشت - خورداد - تیر - امرداد - شہریور - مہر - آبان - آذر - دے - بہمن - اسفندار

١- پنجابی نام :- چیت - بیساکھ - جیٹھ - ہاڑ - ساون - بھادوں - اسوج - کتک - مگھر - پوہ - ماگھ - پھاگن -

٢- انگریزی نام :- جنوری - فروری - مارچ - اپریل - مئی - جون - جولائی - اگست - ستمبر - اکتوبر - نومبر - دسمبر

٣- اہل اسلام کے نام } محرم الحرام - صفر المظفر - ربیع الاول - ربیع الثانی - جمادی الاول - جمادی الثانی - رجب المرجب - شعبان - رمضان المبارک - شوال - ذیقعد - ذی الحجہ -

انگریزی مہینوں کے دن

جنوری	فروری	مارچ	اپریل	مئی	جون
31	28 و 29	31	30	31	30
جولائی	اگست	ستمبر	اکتوبر	نومبر	دسمبر
31	31	30	31	30	31

نوٹ:- جو سنہ چار پر پورا تقسیم ہو جاسے اس کو لیپ کا سال
کہتے ہیں اس سال میں فروری کے 29 دن ہوتے ہیں۔

دوسرا طریقہ:- مٹھی بند کر کے مہینوں کے نام گنتے جاؤ۔ جو نام گانٹھوں
پر آویں وہ سب 31 دن کے ہوں گے باقی تمام بجز
فروری کے 30 دن کے ہوں گے۔

شعر

تیس ہیں دن ستمبر کے — اپریل۔ جون۔ نومبر کے
فروری کے ہیں اٹھائیس — باقی سب کے ایک اور تیس
فروری جب لیپ کا آئے — تو اٹھائیس پر ایک اور بڑھائے

نوٹ یہ بات یاد رکھنے کے قابل ہے کہ ہندی مہینوں میں سے
ہر ایک مہینہ تیس دن کا شمار کیا جاتا ہے۔

موسموں کے نام

اردو — گرما۔ برسات۔ سرما۔ بہار
فارسی — تابستاں۔ خزاں۔ زمستاں۔ بہار
انگریزی — سمر۔ آٹم۔ ونٹر۔ سپرنگ

چاند کے حساب سے تتھوں کے نام

چاند کے لحاظ سے مہینہ ۲۹ دن کا ہوتا ہے۔ جن میں سے پندرہ دن تو چاند کی چاندنی شروع رات سے ہی چھٹکی جاتی ہے۔ اور ان پندرہ دنوں کو چاندنا پکش یا شکلا پکش کہتے ہیں اور دوسرا پکش اندھیرا ہوتا ہے۔ جسکو کرشنا پکش کہتے ہیں۔

شکلا پکش کے تتھوں کے نام۔ ایکم۔ دوج۔ تیج۔ چوتھ۔ پنچمی۔ چھٹ۔ ستمی۔ اشٹمی۔ نومی۔ دسمی

ایکادشی۔ دوادشی۔ تردشی۔ چودشی۔ پورنماشی

کرشنا پکش کی تتھوں کے نام۔ ایکم۔ دوج۔ تیج۔ چوتھ۔ پنچمی۔ چھٹ۔ ستمی۔ اشٹمی۔ نومی۔ دسمی۔ ایکادشی۔

دوادشی۔ تردوشی۔ چودش۔ اماوش۔

پیارے طالب علموں۔ ان ناموں میں تمکو کوئی فرق معلوم نہ دے گا۔ فرق صرف یہ ہے کہ شکلا پکش میں پندرہ تاریخ کو پورنماشی اور کرشنا پکش میں اماوشی لکھا گیا ہے۔ نیز ایک اور بات میرے یاد آ گئی۔ وہ یہ کہ چاندنے پکش کو شدی اور اندھیرے کو بدی بولتے ہیں۔ جنکو عام طور۔ ہندو دوکاندار مستعمل رکھتے ہیں۔

روپوں کے لکھنے کا طریق

عزیزو سکول میں طالب علموں کو گاؤں میں دوکانداروں کو اور دفتریس بابوؤں کو غرضیکہ ہر قسم کے لوگوں کو اپنا خرچ و آمد کا

حساب لکھنے کے لئے رقمیں لکھنے کی ضرورت پڑتی ہے - جن کے طریق اندراج ذیل میں درج ہیں -

اردو عبارت	اردو رقم	انگریزی رقم	ٹکی رقم	مہاجنی رقم	گورمکھی رقم
ایک پیسہ	ـر	-/-/3	۳ پائی	۱ل	ال
آدھ آنہ	٢ر	-/-/6	۶ پائی	۱۱ل	۱۱ل
پونا آنہ	۳ر	-/-/9	۹ پائی	۱۱۱ل	۱۱۱ل
ایک آنہ	۱ر	-/1/-	۱ر	لـ	ـت
سوا آنہ	۱۱ر	-/1/3	۱ر ۳ پائی	۱لت	۱لت
ڈیڑھ آنہ	۱۲ر	-/1/6	۱ر ۶ پائی	۱۱لت	۱۱لت
پونے دو آنہ	۱۳ر	-/1/9	۱ر ۹ پائی	۱۱۱لت	۱۱۱لت
دو آنہ	۲ر	-/2/-	۲ر	لت	لت
تین آنہ	۳ر	-/3/-	۳ر	لت	لت
چار آنہ	۴ر	-/4/-	۴ر	ل۱	ل۱
آٹھ آنہ	۸ر	-/8/-	۸ر	ل۱۱	ل۱۱
بارہ آنہ	۱۲ر	-/12/-	۱۲ر	ل۱۱۱	ل۱۱۱
ایک روپیہ	عہ	1/-/-	عہ	ل۹	ر۹
دو روپیہ	عگا	2/-/-	عگا	ل۲	ر۲
دس روپیہ	للعہ	10/-/-	للعہ	ل۹۰	ر۹۰
یکسو روپیہ	۱ر	100/-/-	۱ر	ر۹۰۰	ر۹۰۰
پانچ سو روپیہ	۵عار	500/-/-	۵عار	۴۰۰	ر۵۰۰

پیمانے دیسی و انگریزی

انگریزی ٹرائے تول

سونا و قیمتی چیزیں تولنے کے لئے

24 گرین = 1 پینی ویٹ

20 پینی ویٹ = 1 اونس

12 اونس = ایک پونڈ

ایک ٹرائے پونڈ = 32 تولے

ڈاکٹری طول کے پیمانے

20 گرین کا ایک سکروپل

3 سکروپل کا ایک ڈرام

8 ڈرام کا ایک اونس

12 اونس کا ایک پونڈ

نوٹ 180 گرین = ایک تولہ

مائع ناپنے کے ڈاکٹری پیمانے

60 منیم قطرے کا ایک ڈرام

8 ڈرام کا ایک اونس

16 اونس کا ایک پائنٹ

سوکھی چیزیں ناپنے کے پیمانے

4 کوارٹ کا ایک گیلن

2 گیلن کا ایک پیک

4 پیک کا ایک بشل

لمبائی ناپنے کے پیمانے

12 انچ کا ایک فٹ

3 فٹ کا ایک گز

$5\frac{1}{2}$ گز کا ایک پول

40 پول کا ایک فرلانگ

8 فرلانگ کا ایک میل

3 میل کا ایک لیگ

100 لنک (کڑی) = ایک جریب

رقبہ ناپنے کے پیمانے

$30\frac{1}{4}$ مربع گز کا ایک مربع پول

40 مربع پول کا ایک روڈ

4 روڈ کا ایک ایکڑ

تیل وغیرہ ناپنے کے انگریزی پیمانے

2 پائنٹ کا ایک کوارٹ

4 کوارٹ کا ایک گیلن

36 گیلن کا ایک بیرل	**انگریزی وزنی ودیسی وزنی پیمانوں کی تحویل**
54 گیلن کا ایک ہاگز ہیڈ	14 پونڈ کا ایک سٹون
۲ ہاگز ہیڈ کا ایک بٹ	۱۰۰ پونڈ کا ایک سینٹل
۲ بٹ کا ایک ٹن	ایک من = $82\frac{2}{7}$ پونڈ ایوارڈ و پوئیس
نوٹ :- ایک پائنٹ پانی کا وزن $1\frac{1}{4}$ پونڈ ہوتا ہے	

ہر قسم کے دیسی وانگریزی پیمانے

۱- دیسی وزن کے پیمانے

۴ پاؤ	کا	ایک سیر
۵ سیر	کی	ایک پنسیری
۲ پنسیری	ے	ایک دھڑی
۴ دھڑی	کا	ایک من

۲- صرافی وزن کے پیمانے

۸ خشخاش	کا	ایک چاول
۸ چاول	کی	ایک رتی
۸ رتی	کا	ایک ماشہ
۱۲ ماشہ	کا	ایک تولہ
۵ تولہ	کی	ایک چھٹانک

۴ چھٹانک	کا	ایک پاؤ
۲ پاؤ	کا	آدھ سیر
۲ آدھ سیر	کا	ایک سیر
۵ سیر	کی	ایک پنسیری
۲ پنسیری یا ۱۰ سیر	کی	ایک دھڑی
۲ دھڑی	کا	ایک ادھن
۲ ادھن یا دھون	کا	ایک من
۴۰ سیر	کا	ایک من

۳- وقت کے پیمانے

60 سکنڈ	کا	ایک منٹ
60 منٹ	کا	ایک گھنٹہ

۲۴ گھنٹے کا ایک دن رات
۷ دن کا ایک ہفتہ
۴ ہفتے یا ۳۰ دن کا ایک مہینہ
۱۲ مہینے یا ۵۲ ہفتے کا ایک سال
۳۶۵ یا ۳۶۶ دن کا ایک سال
۱۰۰ سال کی ایک صدی

وقت کے پیمانے

۶۰ پل کی ایک گھڑی
۲½ گھڑی کا ایک گھنٹہ
۳ گھنٹے کا ایک پہر
۸ پہر کا ایک دن رات
۳۰ دن کا ایک مہینہ
۱۲ مہینے کا ایک سال
۱۰۰ سال کی ایک صدی

گنتی کے پیمانے

۳ چیز کی پاؤ درجن
۶ " " آدھی "
۱۲ " " ایک "
۲۰ " " ایک کوڑی
۱۲ درجن کا ایک گروس
۱۰۰ چیز کا ایک سینکڑہ

انگریزی سکوں کے پیمانے

۱۲ پنس کا ایک شلنگ
۲۰ شلنگ کا ایک پونڈ
نوٹ:- یہ بات یاد رہے کہ ایک شلنگ کی قیمت تقریباً ۱۲؍ ہوتی ہے کیونکہ پونڈ 15؍ روپے قیمت رکھتا ہے

سکوں کے دیسی پیمانے

۴ کوڑی کا ایک گنڈا
۳ گنڈے کا ایک دمڑی
۲ دمڑی کا ایک دھیلا
۲ دھیلے کا ایک پیسہ
۳ پائی کا " "
۲ پیسے کا آدھ آنہ
۲ آدھ آنہ کا ایک آنہ
۲ آنہ کی ایک دونی
۲ دونی کی ایک چونی
۲ چونی کی ایک اٹھنی
۲ اٹھنی کا ایک روپیہ
۱۵ روپے کا ایک پونڈ یا سورن
۲۵ روپے کی ایک اشرفی یا مہر

لمبائی ماپنے کے انگریزی پیمانے

۱۰ ملی میٹر کا ایک سنٹی میٹر
۱۰ سنٹی میٹر کا ایک ڈیسی میٹر
۱۰ ڈیسی میٹر کا ایک میٹر
۱۰ میٹر کا ایک ڈیکا میٹر
۱۰ ڈیکا میٹر کا ایک ہیکٹو میٹر
۱۰ ہیکٹو میٹر کا ایک کلو میٹر

لمبائی ماپنے کے دیسی پیمانے

۳ انگل کی ایک گرہ
۴ گرہ کی ایک بالشت
۲ بالشت کا ایک ہاتھ
۲ ہاتھ کا ایک گز

انگریزی پیمانے

۱۲ انچ کا ایک فٹ
۳ فٹ " " گز
۲۲۰ گز " " فرلانگ
۸ فرلانگ " " میل
۱۷۶۰ گز

نوٹ: یاد رہے کہ ایک انچ میں ۲½ سنٹی میٹر ہوتے ہیں۔

لمبائی کے پنجابی پیمانے

۳ ہاتھ کی ایک کرم
۵ فٹ کی ایک کرم
۱۰ کرم کی ایک جریب
۱۳۶ جریب کا ایک کوس

ممالک متحدہ کے لئے

۳ گز کا ایک گٹھا
۲۰ گٹھے کی ایک جریب

سطح کے پیمانے

۱۴۴ مربع انچ کا ایک مربع فٹ
۹ مربع فٹ کا ایک مربع گز
۴۸۴۰ مربع گز کا ایک ایکڑ

دیسی سطح کے پیمانے

۹ مربع کرم یا سرساہی ایک مرلہ
۲۰ مرلے کی ایک کنال
۴ کنال ایک بیگھہ
۲ بیگھہ کا ایک گھماؤں

نوٹ طالب علم کو یہ یاد رکھنا چاہئے ایک گھماؤں تقریباً ایک ایکڑ کے برابر ہوتا ہے

وزن کے انگریزی پیمانے

۱۶ ڈرام کا ایک اونس
۱۶ اونس کا ایک پونڈ
۲۸ پونڈ کا ایک کوارٹر
۴ کوارٹر کا ایک ہنڈرڈ ویٹ
۲۰ ہنڈرڈ ویٹ کا ایک ٹن
ٹن = ۲۸ من پختہ

جسامت کے پیمانے

۱۷۲۸ مکعب انچ کا ایک مکعب فٹ
۲۷ مکعب فٹ کا ایک مکعب گز
نوٹ ایک مکعب فٹ پانی کا وزن ۳۰ سیر پختہ ہوتا ہے۔

زمین ناپنے کے ہندوستانی پیمانے

۳ گز کا ایک گٹھہ
۲۰ گٹھے کی ایک جریب
۱ مربع گٹھے کا ایک بسوانسی
۲۰ بسوانسی کا ایک بسوہ
۲۰ بسوہ کا ایک بیگھہ

انگریزی سکے

۴ فارتھنگ کی ایک پینی
۱۲ پنس کا ایک شلنگ
۲۰ شلنگ کا ایک پونڈ
پینی = پنس

ہر قسم کے کارآمد گر

تعریف :- وہ مختصر قاعدے جن سے اشیاء کی قیمتیں صرف ذہنی عمل سے دریافت کر لی جاتی ہیں گر کہلاتے ہیں۔

۱- ایک روپے کی جتنے سیر چیز آتی ہو۔ ایک آنے کی اتنی ہی چھٹانکیں آئیں گی

۲- ایک آنہ کی جتنی چھٹانکیں چیز آتی ہو۔ ایک روپے کی اتنے سیر آوے گی۔

۳- ایک آنے کی جتنی ڈھسیریاں چیز آتی ہو۔ ایک روپے کی اتنے من چیز آوے گی۔

۴- ایک روپے کی جتنے من چیز آتی ہو۔ ایک آنہ کی اتنی ہی ڈھسیری چیز آوے گی۔

(ا) جتنے روپے من چیز آتی ہے اتنے ہی آنے کی ایک ڈھسیری چیز آوے گی۔

(ب) جتنے آنے کی ایک ڈھسیری چیز آوے گی۔ اتنے ہی روپے کی ایک من

۵- ایک تولے کے جتنے روپے رتی کی اس سے دُگنی پائیاں قیمت ہو گی۔

۶- ایک رتی کی جتنی پائیاں ایک تولے کی قیمت اس سے نصف روپے

۷۔ ایک تولہ کی قیمت جتنے روپے کی ہو گی۔ چھ رتی کی قیمت اُتنے آنے ہو گی۔

۸۔ ایک ماشہ کی قیمت جتنے روپے۔ ایک رتی کی قیمت اُس سے دُگنے آنے ہو گی۔

۹۔ ایک ماشہ کی قیمت جتنے آنے ایک رتی کی قیمت اتنے ہی دھیلے ہو گی۔

۱۰۔ (ا) ایک رتی کی قیمت جتنے آنے۔ ایک ماشہ کی قیمت اس سے نصف روپے ہو گی۔ یا (ب) ایک رتی کی قیمت جتنی دونیاں ایک ماشہ کی قیمت اُتنے روپے ہو گی۔

۱۱۔ ایک رتی کی قیمت جتنے پیسے ایک ماشہ کی قیمت اُس سے دُگنے آنے ہو گی۔

۱۲۔ ایک من کی قیمت جتنی چونیاں۔ ڈھائی سیر کے اُتنے پیسے ہوں گے۔

۱۳۔ ایک من کی قیمت جتنے آنے ڈھائی سیر کی اتنی ہی دمڑیاں ہوں گی۔

۱۴۔ ڈھائی سیر کے جتنے پیسے من کی قیمت اتنی چونیاں ہوں گی۔

۱۵۔ من کی قیمت جتنی دمڑیاں ہوں گی من کے اُتنے آنے ہوں گے۔

۱۶۔ ایک سیر کی جتنی چونیاں۔ چھٹانک کے اتنے پیسے قیمت ہو گی۔

۱۷۔ تولے کے جتنے آنے۔ چھ رتی کی اتنی دمڑیاں قیمت ہوں گی۔

۱۸۔ تولے کی جتنی چونیاں قیمت ہو گی چھ رتی کے اتنے پیسے قیمت ہوں گے۔

۱۹۔ چھ رتی کی قیمت جتنے آنے ہو گی۔ تولے کی قیمت اتنے ہی روپے ہو گی۔

۲۰۔ چھ رتی کی قیمت جتنی دمڑیاں ہوں ایک تولہ کی قیمت اُتنے ہی آنے ہوں گی

۲۱ - ایک گز کی قیمت جتنے روپے ہو گی - ایک گرہ کی قیمت اُتنے ہی آنے ہو گی -
۲۲ - ایک گرہ کے جتنے آنے - ایک گز کی قیمت اُتنے ہی روپے ہو گی -
۲۳ - ایک گز کی قیمت جتنی اٹھنیاں - ایک گرہ کی اتنی ادھنیاں
۲۴ - ایک گز کی جتنی اٹھنیاں - ایک گرہ کی اتنی ادھنیاں -
۲۵ - ایک گز کی قیمت جتنی چونیاں ایک گرہ کے اتنے پیسے
۲۶ - ایک گرہ کے جتنے پیسے - ایک گز کی قیمت اتنی چونیاں ہونگی
۲۷ - ایک گز کی قیمت جتنے آنے - ایک گرہ کی اتنی دمڑیاں ہوں گی -
۲۸ - ایک گرہ کی جتنی دمڑیاں ہوں - ایک گز کے اتنے آنے ہوں گے -
۲۹ - تولے کی قیمت جتنے روپے ہوں - ماشہ کی قیمت اتنے ہی آنے اُتنے پیسے - اتنی ہی پائیاں ہوں گی -
۳۰ - تولے کی قیمت جتنے آنے ہوں ماشے کی قیمت اتنی پائیاں ہوں گی -
۳۱ - ماشہ کی جتنی پائیاں تو تولہ کے اُتنے آنے
۳۲ - ماشے کے جتنے آنے - تولے کے اُس سے پونے روپے ہوں گے -
۳۳ - سال کے جتنے روپے مہینے کے اُتنے ہی آنے اُتنے پیسے اور اتنی پائیاں ہوں گی -
۳۴ - سال کے جتنے آنے مہینے کی اتنی ہی پائیاں ہوں گی -
۳۵ - مہینے کی جتنی پائیاں - سال کے اُتنے آنے -
۳۶ - مہینے کے جتنے آنے - سال کے اُس سے پونے روپے

۳۷- درجن کے جتنے آنے - ایک چیز کی قیمت اتنی پائیاں ہونگی۔

۳۸- ایک درجن کے جتنے روپے ایک چیز کی قیمت اتنے آنے اتنے پیسے - اتنی پائیاں

۳۹- ایک چیز کی قیمت جتنے آنے ایک درجن کی قیمت اس سے پونے روپے ہوں گے۔

۴۰- ایک چیز کی قیمت جتنی پائیاں - ایک درجن کی قیمت اتنے آنے۔

۴۱- ایک گروس کے جتنے روپے - درجن کے اتنے آنے اتنے ہی پیسے اتنے ہی پائیاں

۴۲- گروس کے جتنے آنے - درجن کی اتنی پائیاں

۴۳- درجن کے جتنے آنے - گروس کے اس سے پونے روپے

۴۴- درجن کی جتنی پائیاں گروس کے اتنے آنے -

۴۵- فٹ کے جتنے روپے - انچ کے اتنے ہی آنے اتنے ہی پیسے اتنی ہی پائیاں +

۴۶- فٹ کے جتنے آنے - انچ کی اتنی ہی پائیاں -

۴۷- انچ کے جتنے آنے فٹ کے اس سے پونے روپے۔

۴۸- انچ کی جتنی پائیاں فٹ کے اتنے ہی آنے ہوں گے -

۴۹- ایک پائی کی جتنی چیزیں آنے کی اتنے ہی درجن ہوں گے۔

۵۰- پائی کے جتنے انچ - آنے کے اتنے ہی فٹ ہوں گے -

۵۱- ایک بیگھہ کے جتنے روپے 5 مرلے کے اتنے ہی آنے

۵۲- ایک بیگھہ کی جتنی چونیاں - 5 مرلے کے اتنے پیسے

۵۳- ایک بیگھے کے جتنے آنے 5 مرلے کی اتنی ہی دمڑیاں -

۵۴- مرلے کے جتنے آنے بیگھہ کا ان کا پانچواں حصہ روپے

55 مرلے کے جتنے پیسے - بیگھے کی ان کا پانچواں حصہ چونیاں

۵۶- مرلے کی جتنی دمڑیاں۔ بیگھے کے اُن کا پانچواں حصہ آنے۔
۵۷- ایک بسوانسی میں جتنے تولے پیداوار ہو۔ بسوے میں اتنے
پاؤ پیداوار ہو گی۔
۵۸- ایک بسوانسی میں جتنے سیر پیداوار ہو۔ بسوے کی اُن سے
آدھے من ہو گی۔
۵۹- ایک بسوانسی کے جتنے آنے۔ بسوے کے اُن سے سوائے
روپے ہوں گے۔
۶۰- بسوے کے جتنے پاؤ۔ بسوانسی کے اتنے تولے۔
۶۱- ایک بسوے کے جتنے من۔ بسوانسی کے ان سے دگنے سیر
۶۲- ایک بسوے کے جتنے روپے بسوانسی کے اُن کا ⅛ حصہ
آنے ہوں گے۔
۶۳- من کے جتنے روپے۔ پنسیری کی اتنی دونیاں۔
۶۴- ماشے کے جتنے روپے رتی کی اتنی دونیاں۔
۶۵- سیر کے " " ادھ پاؤ کی " "
۶۶- میل کے " " فرلانگ کی " "
۶۷- گھماؤں کے " " کنال کی " "
۶۸- من کے جتنے آنے پنسیری کی اُن سے ڈیوڑھی پائیاں
۶۹- ماشے کے " " رتی کی " " " "
۷۰- سیر کے جتنے آنے آدھ پاؤ کے اُتنے دھیلے
۷۱- میل کے " " فرلانگ کے " "
۷۲- گھماؤں کے " " کنال کے " "
۷۳- گھماؤں کے جتنے سیر کنال کے آدھ پاؤ۔
۷۴- روپے کے جتنے سیر۔ چونی کے اُتنے پاؤ۔ دونی کے اتنے

آدھ پاؤ۔ آنے کی اتنی چھٹانکیں۔ پیسے کی اتنی سرسائیاں۔

۷۵ سیر کے جتنے روپے پاؤ کی اتنی ہی چونیاں۔ آدھ پاؤ کی اتنی ہی دونیاں۔ چھٹانک کے اُتنے آنے۔ سرساہی کے اُتنے پیسے ہوں گے؟

۷۶ پیسے کی جتنی سرسائیاں۔ آنے کی اتنی چھٹانکیں۔ دونی کے اتنے آدھ پاؤ۔ چونی کے اُتنے پاؤ روپے کے اتنے سیر

۷۷۔ سرسائی کے جتنے پیسے چھٹانک کے اُتنے آنے آدھ پاؤ کی اتنی دونیاں۔ پاؤ کی اتنی چونیاں۔ سیر کے اتنے روپیے

۷۸۔ مہینے کے جسقدر روپے دن کے آن سے نصف آنے

۷۹۔ دن کے جسقدر آنے مہینے کے آن سے دوچند روپے۔ بشرطیکہ مہینہ ۳۱ دن کا ہو۔

۸۰ دن کے جتنے آنے مہینے کے آن سے اُتنے آنے کم دوچند روپے۔ جبکہ مہینہ ۳۰ دن کا ہو۔

۸۱۔ ایک دن کے جتنے آنے مہینے کے آن سے دوچند آنے کم دوچند روپے۔ جبکہ مہینہ ۲۹ دن کا ہو۔

۸۲۔ ایک دن کے جتنے آنے مہینے کے آن سے چوگنے آنے کم دوچند روپے۔

کلیات

ذیل کے نتیجے عام طور پر زبانی یاد رکھنے کے قابل ہیں جو تقریباً ہر ایک جماعت میں دوم سے ہشتم تک کارآمد ہو سکتے ہیں۔

۱- تفریق کو صحیح دیکھنے کا طریق:- اول مفروق کو جمع کر دو۔ نو پر تقسیم کر دو۔ پھر مفروق منہ کو جمع کر کے نو پر تقسیم کر دو۔ پھر مفروق اور مفروق منہ کی باقیوں کا فرق لکھ لو۔ پھر جواب کو جمع کر کے نو پر تقسیم کر دو اور دیکھو کہ اگر سابقہ باقی اور یہ باقی ملتی ہے تو جواب صحیح ہے

۸۹۲۸۷ سے ۷
۴۵۳۶۴ سے ۴
۴۳۹۲۳ ۳ فرق
۲۱ ۹ ۳ باقی
جواب صحیح

۲- ضرب کو صحیح دیکھنے کا طریق۔ اول مضروب فیہ کو جمع کر کے اور پھر مضروب کو جمع کر کے نو پر جداگانہ تقسیم کر دو۔ اور ایک علامت بنا کر جیسا کہ سامنے ظاہر ہے لکھ دو۔ پھر ان اعداد کو آپس میں ضرب دیکر نو پر تقسیم کر دو۔ اور باقی کو دائیں طرف لکھ دو۔ پھر جواب کو جمع کر کے نو پر تقسیم کر کے باقی بالمقابل لکھو۔ اگر باقیاں ملتی ہوں تو سوال صحیح ہے ورنہ غلط ہے۔

۷۳۹۱ سے ۲
۳۲۲ ۷ ۵ ۵
۱۴۷۸۲
۱۴۷۸۲
۲۲۱۷۳
۲۳۷۹۹۰۲

۳- کسی عدد کو ایسے عدد سے ضرب دینا۔ جس میں تمام ہندسے

ایک ہوں مثلاً ۱۱ ، ۱۱۱ ، ۱۱۱۱ وغیرہ
طریق :- پہلے ہندسے کو اسی طرح لکھدو پھر پہلے اور دوسرے کا مجموعہ پھر پہلے، دوسرے اور تیسرے کا مجموعہ - علیٰ ہذا القیاس جتنے ایکے ہوں ان کی مقدار کے بموجب اتنے ہندسے جمع کرتے جاؤ - اور پہلے ایک ایک چھوڑتے جاؤ

۹۵۷۸۴۵۷
۱۱۱۱
۱۰۷۴۱۲۲۵۷۲۷

نوٹ اگر کسی اور اعداد مثلاً ۳۳۳ وغیرہ یا ۶۶۶۶ یا ۷۷۷۷۷ وغیرہ کو ضرب دی ہو۔ تو پہلے ایکوں سے ضرب دے کر اس عدد سے ضرب دیدو۔ حاصل ضرب اسی عدد کی حاصل ضرب ہو گی ۔

۴ - دن معلوم کرنے کا صحیح اور سہل طریقہ

خواہ لیپ جنوری ہو۔ اپریل یا جولائی گنتی سے ان کو باہر جانو تو ہے بھلائی + ۱۰ مدپے ستمبر دو ۱ مدپے دسمبر دو دو دن جانئے گا۔ ہمیں جون کے مقرر ۳ اور فروری نومبر - مارچ میں تین پائی اور لیپ فروری داگست چار پائی ہے
پنجے کے پانچ پورے دن جانئے ئیکے + چھ روز ہیں مقرر اکتوبر و جنوری کے

مثال :- ۲۶ اگست ۱۹۴۴ء کو کونسا دن ہو گا۔

تاریخ	۲۶
سنوں کی تعداد	۴۴
لیپ کے سنوں کی تعداد	۱۱
میزان	۸۱

چونکہ اشعار بالا میں اگست کے چار دن مقرر ہیں۔ اس لئے ۴ منہا کئے باقی ۸۱ - ۴ = ۷۷
۷/۷۷
۱۱
باقی صفر تو سنیچر وار ہو گا

اگر ایک باقی ہو تو اتوار - دو ہو تو سوموار - علیٰ ہذا القیاس

۵

جتنے بجے سورج نکلے اس کو دوچند کر لو تو رات کی لمبائی معلوم ہوگی - مثلاً سورج ۶ بجکر ۳۵ منٹ پر نکلا تو رات ۱۲ گھنٹے ۷۰ منٹ یعنی ۱۳ گھنٹہ ۱۰ منٹ کی ہوگی -

جتنے بجے سورج چھپے اُسے دوچند کر لو تو دن کی مقدار ہوگی - مثلاً سورج ۷ بجکر ۱۱ منٹ پر چھپا تو دن کی مقدار ۱۴ گھنٹے ۲۲ منٹ ہوگی +

۶

گھڑیوں کے متعلقہ قاعدے

عام طور پر سوال آیا کرتے ہیں - کہ اتنے اور اتنے بجے کے درمیان گھڑی کی سوئیاں کب منطبق ہوں گی - یا کب زاویہ قائمہ بنائیں گی - یا کب سیدھ میں ہوں گی - یا کب اتنے درجے کا فرق ہوگا -

اس کے لئے پہلے عدد کو پانچ میں ضرب دو - اگر منطبق کرنی ہوں تو اتنے صحیح اتنے بٹے گیارہ

(۱) مثلاً:- ۶ اور ۷ بجے کے درمیان کب منطبق ہوں گی ۶ × ۵ = ۳۰
= ۳۰ ۳۰/۱۱ = ۶ بجکر ۸/۱۱ ۳۲ منٹ

(۲) اگر زاویہ قائمہ بنانا ہو - تو طریق بالا میں سے اگر 15 منہا ہو سکتے ہوں تو منہا کردو - ورنہ جمع کرکے اتنے صحیح اتنے بٹا گیارہ -
6 اور 7 بجے کب زاویہ قائمہ بنائے گی -

6 × 5 = 30 - 15 = 15 | 6 بجکر 15/11 15 منٹ
6 بجکر 45/11 + 5 منٹ | دونو جواب صحیح

۳- اگر سیدھ میں کرنی ہوں۔ تو 30 جمع یا منہا کر دو۔ اور طریق بالا استعمال کرو۔
مثلاً:- ۴ اور 5 بجے کے درمیان کب سیدھ میں ہوں گی۔
5 × 4 = 20 میں سے تفریق نہیں ہو سکتے۔ اس لئے 30 جمع کئے۔ ۴ بجکر $\frac{50}{11}$ 50 = 4 بجکر $\frac{6}{11}$ 54 منٹ جواب
۴- ۳ اور ۴ بجے کے درمیان ۱۲ سیکنڈ کا فاصلہ کب ہو گا۔
3 × 5 = 15 - 12 = $3\frac{3}{11}$ منٹ پر یا $27\frac{2}{11}$ منٹ پر جواب صحیح۔

کسی عدد کو 25 یا 625 وغیرہ میں زبانی ضرب دینے کا طریق
اگر 25 کو ۴ سے ضرب دی جاوے۔ تو ۱۰۰ بن جاویگا اور کسی عدد کو ۱۰۰ سے ضرب دینا ہو تو صرف دائیں طرف دو صفر لگا دینے چاہئیں۔ اگر ۱۰۰ کی ضرب کو ۴ پر تقسیم کر دیا جاوے۔ تو 25 کی ضرب رہ جاوے گی اسی طرح 125 کی ضرب میں مضروب کے دائیں طرف تین صفر لگا دینے اور جواب کو 8 پر تقسیم کرنے سے 125 کی ضرب آجائے گی۔ اور 625 کی ضرب میں عدد کے دائیں طرف ۴ صفر لگا دینے سے اور ۱۶ پر تقسیم کرنے سے 625 کی ضرب آجاوے گی۔
مثلاً:- 965328 کو 125 میں ضرب دو
سمجھانے کے لئے اگر رقم کے دائیں طرف لگا دئے جائیں تو ۱۰۰۰ کی ضرب بن جاوے گی۔ 965328000 اب اگر اس کو آٹھ پر تقسیم کر دیا جاوے 125 کی ضرب رہ جاوے گی

کامل مربع بنانا

(۱) اگر چار مسلسل اعداد کو باہم ضرب دی جاوے اور حاصل ضرب میں ایک جمع کر لیا جاوے تو کامل مربع بن جاتا ہے
مثلاً $2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120 + 1 = 121$ کامل مربع گیارہ کا ہے
وغیرہ وغیرہ

(۲) اگر چار مسلسل جفت یا طاق اعداد کو باہم ضرب دی جاوے اور حاصل ضرب میں 16 جمع کر دئے جاویں تو کامل مربع بن جاتا ہے۔
مثال (ا) جفت $= 2 \times 4 \times 6 \times 8 = 384 + 16 = 400$ کامل مربع ہے 20 کا
(ب) طاق $3 \times 5 \times 7 \times 9 = 945 + 16 = 961$ کامل مربع ہے 31 کا

کلیہ ۹

اگر کسی ایسے عدد کا مربع اٹھانا ہو۔ جس میں اکائی۔ دہائی۔ سینکڑے کے تمام ہندسے ایک ہی قیمت رکھتے ہوں۔
مثلاً 333×333 یا 9999×9999 یا 555×555
وغیرہ تو ذہن میں ایک شکل قایم کرو
اور اس کے اوپر سامنے کی طرح ۱، ۲، ۳ وغیرہ

۳	۲	۱
۵	۵	۵
۵	۵	۵
۳۰	۸۰	۲۵

نمبر شمار لگاؤ۔ پھر مضروب کے اکائی کے ہندسے کو اکائی سے ضرب
دیکر نمبر شمار کے عدد سے ضرب دیدو۔ اور نیچے لکھو۔ اور
حاصل کو الگ لکھو۔ یا یاد رکھو۔ پھر دہائی کے ہندسے کو دہائی
کے ہندسے سے مضروب فیہ سے ضرب دے کر نمبر شمار سے ضرب
دے کر اور حاصل پیشتر آمدہ جمع کردو۔ اسی طرح سے سیکڑے
کے ہندسے کو سینکڑے کے مضروب فیہ سے ضرب دیکر نمبر
شمار سے ضرب دو۔ اور حاصل جمع کردو۔ جب آخری ہندسے
پر پہنچو۔ اور اس کو ایک بار ضرب دے چکو تو پھر واپس مڑو
اور پہلے کی طرح ضرب دیتے چلے جاؤ اور ہندسے لکھتے چلے
جاؤ۔ پس جب تمام ہندسے ختم ہو جائیں تو جواب مکمل ہو جائیگا
نوٹ:۔ یاد رکھو کہ آخری ہندسہ صرف ایک بار ضرب کھائیگا۔
باقی تمام ہندسے دو بار ضرب کھاتے جائیں گے۔
مثلاً اوپر کی مثال میں 5×5 = 25× نمبر شمار = (25×1) 25 کا 5
لگاؤ اور 2 حاصل رہے۔ پھر 5×5×2 نمبر شمار = 50+2 حاصل
52 کا لگاؤ 2 حاصل رہے 5 پھر 5×5×3 نمبر شمار
= 75+5 حاصل = 80 کی لگائی صفر حاصل رہے 8 پھر واپس مڑو
5×5×2 نمبر شمار = 50+8 = 58 کا لگایا 8 حاصل آئے 5 پھر
5×5×1 نمبر شمار = 25+5 = 30 کو مکمل لگا دو
کیونکہ باقی ضرب دینے کا کوئی ہندسہ نہیں رہا تھا۔ پس جواب مکمل ہو
جائیگا۔ اس طرح ایسے عدد کا مربع جن میں یکساں ہندسہ ہوں اٹھایا جا
سکتا ہے۔

کلیہ نمبر ۱۱

کسی ایسے عدد کا مربع اُٹھانا جسکا اکائی کا ہندسہ 5 ہو۔ نہایت آسان ہے۔ خواہ کوئی بھی ہندسہ کیوں نہ ہو۔ ذہن میں ایسی رقم کو جس کا اکائی کا ہندسہ یہی ہو رکھو۔ پھر اُس کے نیچے بھی وہی رقم ذہن میں رکھ لو۔ اکائی کے ہندسوں کو باہم ضرب دیکر مکمل جواب لکھو۔ پھر دہائی اور سینکڑے کے ہندسے میں ایک جمع کرکے اور مضروب فیہ کے دہائی اور سینکڑہ کے ہندسے سے ضرب دیدو تو جواب مکمل ہو جائیگا۔ پس یہی جواب ہے۔

مثال:۔ 85 ، 125 کے مربع جداگانہ اُٹھاؤ۔

ذہنی شکل ۱

```
  85          125   ۲
  85          125
 ----        -----
 7225        15625
 جواب         جواب
```

مثال نمبر ۱ اکائی کا ہندسہ پانچ ہے تو پہلے پانچ کو پانچ سے ضرب دو اور نیچے حاصل ضرب کامل 25 لکھ دو۔ پھر دہائی کا ہندسہ 8 ہے۔ 8 میں ایک جمع کرنے سے حاصل جمع 9 ہو گیا۔ پھر 9 مضروب کو 8 مضروب فیہ سے ضرب دے دو تو $9 \times 8 = 72$ ہوا۔ اسی طرح سے جواب مکمل 7225 حاصل ہوا۔

مثال نمبر ۲۔ میں اکائی کا ہندسہ 5 ہے مضروب کو مضروب فیہ سے ضرب دو۔ تو 25 حاصل ہوئے۔ بعد ازاں دہائی اور سینکڑے کا ہندسہ ملکر 12 بنتے ہیں۔ 12 میں ایک جمع کرو۔ تو 13 ہوئے اب 13 کو مضروب فیہ 12 سے ضرب دے کر بعد میں لکھ دو۔ گویا کہ 13×12 مساوی 156 ہوئے تو کل جواب جو حاصل ہوا 15625 ہوئے۔ پس اسی طرح سے ہر ایک ایسے عدد کا مربع جسکا اکائی

کا ہندسہ 5 ہو اُٹھایا جاسکتا ہے۔

کلیہ نمبر ۱۱

زبانی ضرب دینے کا طریق

ایسی ضرب جن کو چھوٹے بچے تو کیا بڑے بڑے آدمی سلیٹ یا کاغذ پر لکھ کر ضرب دیتے ہیں۔ اور پھر بھی غلطی کا امکان زیادہ رہتا ہے۔ عمل لمبا ہو جاتا ہے۔ بعض ممتحن ایسے ایسے بڑے سوال پرچہ تقریری حساب میں دیدیتے ہیں۔ بیچارے طالب علم ایسے سوالات کو دیکھ کر ہی چکرا جاتے ہیں۔ اور قلم۔ سلیٹ کا سہارا ڈھونڈھتے ہیں۔ لیکن لاحاصل۔ سو ایسے وقت میں پرماتما کا نام لیکر سوال کو ذیل کے کلیہ کے مطابق حل کرنا شروع کردو۔ گو شروع میں عمل مشکل معلوم ہوگا۔ لیکن دس پندرہ سوال حل کر چکنے بعد طریقہ آسان نظر آنے لگے گا۔ اور کوئی دقت پیش نہ آئیگی۔

مثال نمبر ۱

مضروب ۸۷۹۳۲
مضروب فیہ ۱۷۶
۱۵۴۷۶۰۳۲

نمبر ۲

۸۷۹۳۲
۱۷۶
۵۲۷۵۹۲
۶۱۵۵۲۴
۸۷۹۳۲
۱۵۴۷۶۰۳۲۔

اوپر کی مثال میں دیکھو سوالات کے حل ملتے ہیں دو نمبر کے سوال کو حل کرنے میں دیر لگی۔ اور نمبر ۱ کا سوال جلد حل ہو گیا۔

طریق :۔ مضروب فیہ کے اکائی کے ہندسہ کو مضروب کے اکائی کے ہندسہ سے ضرب دو۔ اور لکھ دو اور حاصل رکھو۔

کلیہ نمبر ۱۱

کسی ایسے عدد کا مربع اُٹھانا جسکا اکائی کا ہندسہ 5 ہو۔ نہایت آسان ہے۔ خواہ کوئی بھی ہندسہ کیوں نہ ہو۔ ذہن میں ایسی رقم کو جس کا اکائی کا ہندسہ ۵ ہو رکھو۔ پھر اُس کے نیچے بھی وہی رقم ذہن میں رکھ لو۔ اکائی کے ہندسوں کو باہم ضرب دیکر مکمل جواب لکھو۔ پھر دہائی اور سینکڑے کے ہندسے میں ایک جمع کرکے اور مضروب فیہ کے دہائی اور سینکڑہ کے ہندسے سے ضرب دیدو تو جواب مکمل ہو جائیگا۔ پس یہی جواب ہے۔

مثال:۔ 85، 125 کے مربع جداگانہ اُٹھاؤ۔

ذہنی شکل نمبر ۱

85
85
7225
جواب

نمبر ۲

125
125
15625
جواب

مثال نمبر ۱ اکائی کا ہندسہ پانچ ہے تو پہلے پانچ کو پانچ سے ضرب دو اور نیچے حاصل ضرب کامل 25 لکھدو۔ پھر دہائی کا ہندسہ 8 ہے۔ 8 میں ایک جمع کرنے سے حاصل جمع 9 ہو گیا۔ پھر 9 مضروب کو 8 مضروب فیہ سے ضرب دیدو تو 9×8= 72 ہوا۔ اسی طرح سے جواب مکمل 7225 حاصل ہوا۔

مثال نمبر ۲۔ میں اکائی کا ہندسہ 5 ہے مضروب کو مضروب فیہ سے ضرب دو۔ تو 25 حاصل ہوئے۔ بعد ازاں دہائی اور سینکڑے کا ہندسہ ملکر 12 بنتے ہیں۔ 12 میں ایک جمع کردو۔ تو 13 ہوئے اب 13 کو مضروب فیہ 12 سے ضرب دے کر بعد میں لکھدو۔ گویا کہ 12×13 مساوی 156 ہوئے تو کل جواب جو حاصل ہوا 15625 ہوئے۔ پس اسی طرح سے ہر ایک ایسے عدد کا مربع جسکا اکائی

کا ہندسہ 5 ہو اُٹھایا جاسکتا ہے۔

کلیہ نمبر ۱۱

زبانی ضرب دینے کا طریق

ایسی ضرب جن کو چھوٹے چھوٹے بچے تو کیا بڑے بڑے آدمی سلیٹ یا کاغذ پر لکھ کر ضرب دیتے ہیں۔ اور پھر بھی غلطی کا امکان زیادہ رہتا ہے۔ عمل لمبا ہو جاتا ہے۔ بعض ممتحن ایسے ایسے بڑے سوال پرچہ تقریری حساب میں دیدیتے ہیں۔ بیچارے طالب علم ایسے سوالات کو دیکھ کر ہی چکرا جاتے ہیں۔ اور قلم۔ سلیٹ کا سہارا ڈھونڈتے ہیں۔ لیکن لاحاصل۔ سو ایسے وقت میں پرماتما کا نام لیکر سوال کو ذیل کے کلیہ کے مطابق حل کرنا شروع کردو۔
گو شروع میں عمل مشکل معلوم ہوگا۔ لیکن دس پندرہ سوال حل کر چکنے بعد طریقہ آسان نظر آنے لگے گا۔ اور کوئی دقت پیش نہ آئیگی۔

مثال نمبر ۱

مضروب ۸۷۹۳۲
مضروب فیہ ۱۷۶
۱۵۴۷۶۰۳۲

نمبر ۲

۸۷۹۳۲
۱۷۶
۵۲۷۵۹۲
۶۱۵۵۲۴
۸۷۹۳۲
۱۵۴۷۶۰۳۲۔

اوپر کی مثال میں دیکھو سوالات کے حل ملتے ہیں دو نمبر کے سوال کو حل کرنے میں دیر لگی۔ اور نمبر ۱ کا سوال جلد حل ہوگیا۔
طریق :- مضروب فیہ کے اکائی کے ہندسہ کو مضروب کے اکائی کے ہندسہ سے ضرب دو۔ اور لکھدو اور حاصل رکھو۔

پھر مضروب فیہ کے اکائی کے ہندسہ کو مضروب کے دہائی کے ہندسے سے ضرب دو اور حاصل جمع کر لو۔ اور پھر مضروب فیہ کے دہائی کے ہندسے کو مضروب کے اکائی کے ہندسے سے ضرب دو اور اس میں جمع کر دو اور لکھ دو۔ اور حاصل رکھ لو۔ پھر مضروب فیہ کے اکائی کے ہندسے کو اگلے ہندسے اور مضروب فیہ کے دہائی کے ہندسے کو اس سے پہلے ہندسے کے ساتھ۔ اور مضروب فیہ کے سینکڑے کے ہندسے کو اس سے پہلے ہندسے کے ساتھ ضرب دیتے جاؤ۔ اور حاصل جمع کرتے جاؤ۔ اور آگے بڑھتے جاؤ۔ جب مضروب کی رقم ختم ہو جائے تو پہلے اکائی کے ہندسے کی ضرب بند ہو جائیگی۔ پھر دہائی کے ہندسے کی پھر سینکڑہ کے ہندسہ کی علیٰ ہذا القیاس

مثلاً اوپر کی مثال میں پہلے ہندسے 6 × 2 = 12 کا 2 لگا۔ حاصل 1

دوسرا ہندسہ = مضروب فیہ 6 × 3 مضروب = 18۔ مضروب فیہ 7 × 2 مضروب = 14 کل 18 + 14 + 1 = حاصل 33 کا 3 حاصل 3

تیسرا ہندسہ = مضروب فیہ 6 × 9 مضروب = 54، 7 × 3 = 21، 1 × 2 = 2 کل 54 + 21 + 2 + 3 = حاصل 80 کا صفر حاصل 8

چوتھا ہندسہ = 6 × 7 = 42، 7 × 9 = 63، 1 × 3 = 3

کل 42 + 63 + 3 + 8 = حاصل 116 کا 6 حاصل 11

پانچواں ہندسہ = 6 × 8 = 48؛ 7 × 7 = 49، 1 × 9 = 9

کل 48 + 49 + 9 + 11 = حاصل 117 کا 7 حاصل 11

اب 6 کی ضرب بند ہو گئی۔ کیونکہ 8 سے آگے اب کوئی ہندسہ نہیں اس لئے سات کی ضرب باقی ہے۔

چھٹا ہندسہ = 7 × 8 = 56 ، 7×1 = 7 کل = 56 + 7 + 11 حاصل 6
= 74 کا 4 حاصل 7 اب سات کی ضرب بند ہو گئی کیونکہ 8
آگے اب کوئی ہندسہ نہیں ہے -
ساتواں ہندسہ :- 1 × 8 = 8 + 7 حاصل = 15 پندرہ کے لگاؤ
15 کیونکہ جواب ختم ہے اب کوئی ہندسہ باقی ضرب دینے کا
نہیں رہا - پس اسی طرح سے اور جوابات اور نکالے اور سوالات
حل کئے جا سکتے ہیں -

لیلاوتی کی ضرب کا طریقہ

۱۲

قدیم زمانہ میں علم حساب کی ماہر عورت ہندوستان میں لیلاوتی
گزری ہے آجتک اس کا ہم پلہ کوئی ماہر ریاضی نہیں ہوا -
اس نے حساب کے وہ وہ طریق ایجاد کئے کہ آجکل کے
علما و فضلا کے دماغ چکرا رہے ہیں - مثلاً ذیل میں اس کی ایجاد
کردہ ضرب کا طریق درج کیا جاتا ہے -
مثلاً 86796 کو 149 میں ضرب دو -

	8	6	7	9	6	
1	0 / 8	0 / 6	0 / 7	0 / 9	0 / 6	1
2	3 / 2	2 / 4	2 / 8	3 / 6	2 / 4	4
9	7 / 2	5 / 4	6 / 3	8 / 1	5 / 4	9
	3	2	6	0	4	

پس جواب کو بالترتیب دائیں سے بائیں طرف لکھتے جاؤ۔
مثلاً 604 12932 جواب ہوا۔

طریق ۴ ایک شکل بناؤ۔ اس میں مضروب کے ہندسوں کے برابر لمبائی کے خانے رکھو۔ اور مضروب فیہ کے ہندسوں کے برابر چوڑائی کے خانے رکھو۔ پھر اُن کو درمیان میں وتراً ملادو۔ جیساکہ شکل سے ظاہر ہے۔ اس کے اوپر مضروب کے ہندسے بدستور رکھدو۔ اور دائیں طرف مضروب فیہ کے۔ لیکن خیال رہے کہ مضروب فیہ کے ہندسے اوپر سے نیچے کو رکھتے ہیں۔ پہلے بڑے درجہ کا ہندسہ (سینکڑہ) کا پہلے دہائی کا پھر اکائی کا رکھو۔ پہلے سینکڑے کے ہندسے کو مضروب سے ضرب دی گئی ہے۔ ہندسے کو میلی سیاہی سے اور حاصل کو سرخ سیاہی سے ظاہر کیا گیا ہے۔ رکھتے جاؤ۔ اسی طرح دہائی کی پھر اکائی کی ضرب ختم کرلو۔ بعد ازاں ان کو وتراً جمع کردو۔ جیساکہ شکل سے واضح ہے۔ پس یہی لیلاؤتی کی ضرب کا قاعدہ مکمل ہے۔ جواب کی تصحیح دیکھنے کے واسطے جو عمل مناسب سمجھو کرلو

اُن قاعدوں کے درست دیکھنے کے طریق

تفریق کے درست دیکھنے کے لئے تین قاعدے استعمال ہو سکتے ہیں۔ اگر تینوں کو درست طور پر آزمالیا جاوے تو سوال کے غلط ہونے کا احتمال بالکل نہیں رہتا

(۱) طریق اول پہلے بیان ہو چکا ہے۔ دیکھو صفحہ ۱۵

(۲) مفروق منہ میں سے فرق کو منفی کردو۔ اگر جواب مفروق

کے برابر آوے تو جواب درست ہوگا۔ ورنہ غلط

932 مفروق منہ	932 مفروق منہ
573 فرق	359 مفروق
359 مفروق	573 فرق

(۳) اگر مفروق اور فرق کو جمع کر لیا جاوے اور جواب مفروق منہ کے برابر آجاوے تو جواب درست ہوگا۔

359 مفروق
573 فرق
932 مفروق منہ

چھوٹی جماعتوں کے طالب علم اس قاعدے کو آسانی سے سمجھ سکتے ہیں۔ کیونکہ اس قاعدے سے پہلے وہ جمع کا قاعدہ سیکھ چکتے ہیں۔ اس لئے یہ قاعدہ ابتدائی جماعتوں کو سکھایا جاوے۔ اس سے جمع اور تفریق کی اکٹھی مشق ہو جاتی ہے۔

ضرب کے قاعدے بیان ہو چکے ہیں مضروب کو مضروب فیہ سے اور مضروب فیہ کو مضروب سے ضرب دیکر ان کا صحیح ہونا دیکھا جا سکتا ہے۔

تقسیم کے درست دیکھنے کے طریق ذیل میں درج کئے جاتے ہیں۔

(۱) خارج قسمت × مقسوم علیہ + باقی = مقسوم کے ہو تو سوال درست

ہے۔ ورنہ غلط ہے

۲۔ اول ایک علامت ضرب کی بناؤ۔ پہلے خارج قسمت کے ہندسوں کو جمع کرو۔ یہ میزان 14 ہوئی۔ پھر اس کو 9 پر تقسیم کرو۔ تو باقی 5 رہے 5 کو اوپر لکھدو۔

```
      617
16 ) 9887
     96
     ---
      28
      16
     ---
      127
      112
     ---
       15
```

$$\begin{array}{ccc} & 5 & \\ 8 & \times & 8 \\ & 7 & \end{array}$$

پھر مقسوم علیہ کے ہندسوں کو گنو + کل 7 ہوئے۔ اس کو 9 پر تقسیم کرو۔ باقی 7 ہی بچے۔ اس کو نیچے لکھو

پھر نیچے اور اوپر لکھے ہوئے ہندسوں کو آپس میں ضرب دو۔ یعنی $5 \times 7 = 35$ اس کو 9 پر تقسیم کرو اور باقی کو دائیں طرف لکھو۔ $35 \div 9 =$ باقی رہے $= 8$

اب مقسوم میں سے باقی منہا کرو اور باقی ماندہ ہندسوں کو جوڑ کر 9 پر تقسیم کرو۔ اگر داہنی طرف اور بائیں طرف کے ہندسے مل جاویں۔ تو جواب صحیح ہوگا۔ ورنہ غلط۔

9887 میں سے 15 منفی کرنے کے بعد 9872 رہے اُن کو جوڑ لو 26 ہوئے $26 \div 9 =$ باقی رہے 8 اس لئے جواب درست ہوگا۔

یا

علاوہ باقی ماندہ عمل کرنے کے پہلے مقسوم کے ہندسوں کا مجموعہ لو۔ پھر باقی کے ہندسوں کا ان کا فرق معلوم کرو۔ پھر فرق کو 9 پر تقسیم کریں۔ اگر داہیں طرف کی باقی کے برابر باقی بچے۔ تو جواب صحیح ہے۔ ورنہ غلط۔ مثلاً 9887 کی میزان 32 ہے اور باقی کی میزان 6 ہے۔ اسلئے $32 - 6 = 26 \div 9 =$ باقی رہے

8 - پس یہ ہندسہ داہنی طرف کی باقی سے ملتا ہے۔ اس لئے جواب درست ہے۔

ایکوں کی ضرب

کسی عدد کو ۱۱۱۱ و ۱۱۱ وغیرہ میں ضرب دینے کا طریقہ پہلے بیان ہو چکا ہے۔ اسی طریق سے ایسے عدد کا مربع اٹھایا جا سکتا ہے۔ جس میں کہ تمام کے ہندسے ایکے ہوں۔ چونکہ جواب بے لازمی طور ایک خاص ہندسے مقرر ہوتے ہیں اس لئے وہ یہاں درج کیا جاتا ہے۔

مثال ۱۱۱۱۱ کو ۱۱۱۱۱ میں ضرب دو یا ۱۱۱۱۱ کا مربع اٹھاؤ۔ جستقدر ایکے ہوں اتنے اعداد شمار (ایک سے لے کر ہندسے لکھو) پھر اسی طرح بتدریج گھٹتے چلے جاؤ۔

یا

✲ جتنے ہندسے ہوں وہ عدد درمیان میں لکھ کر دائیں طرف اور بائیں طرف بتدریج ایک ایک درجہ کم کر کے لکھتے جاؤ۔

مثلاً

$$\begin{array}{r} 11111 \\ 11111 \\ \hline ۱۲۳۴۵۴۳۲۱ \end{array}$$

اب اس مثال میں دیکھتے ہو کہ ۱ سے لیکر 5 تک اعداد لکھے گئے ہیں۔ بعد ازاں 5 سے پھر ایک کی طرف بتدریج مراجعت کی گئی ہے۔ پس جواب درست ہے۔ طریقہ وہی ہے جو پہلے بیان ہو چکا ہے

طریقہ دوم :- اکیوں کی تعداد پانچ ہے۔ پانچ درمیان میں لکھو۔ دائیں اور بائیں طرف ایک ایک درجہ گھٹاتے جاؤ۔ اور ہندسے لکھتے جاؤ۔ جب عدد ایک پر پہنچے تو جواب ختم کردو۔ پس جواب درست ہوگا۔

ترتیب وار اعداد کا جمع کرنا

اگر ایک سے لے کر کچھ عدد جمع کرنے ہوں۔ تو ہندسوں کو بہت دور تک لکھتے چلے جانے سے اور ان کو جمع کرنے اور حاصل نکالنے وغیرہ میں بہت دقت پیش آتی ہے۔

مثلاً عمل بہت لمبا ہو جاتا ہے

۲- کوئی نہ کوئی عدد درمیان سے رہ جاتا ہے۔

۳- زبانی جمع کرنے سے بھول جانے کا احتمال ہوتا ہے۔

وغیرہ وغیرہ۔

ان تکالیف سے بچنے کے لئے اور صحیح اور سرعت سے جواب نکالنے کے لئے ماہرانِ علم حساب نے کئی ایک قاعدے جو مختلف اصولوں پر مبنی ہیں۔ بنائے ہیں۔ جن سے جواب نہایت جلدی اور آسانی سے نکل سکتا ہے۔ وہ یہ ہے:-

اگر ایک سے لے کر کچھ اعداد جمع کرنے ہوں تو پہلے اور آخری عدد کا مجموعہ لو۔ پھر عددوں کی تعداد کے نصف میں ضرب دیدو۔ پس وہ جواب ہوگا۔ جیسا کہ

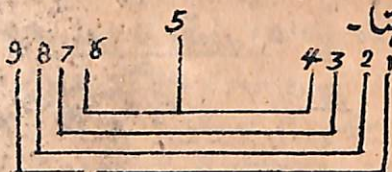
مثال ۱ سے لے کر 20 تک جمع کرو۔

۲۰+۱ = ۲۱ × ۲۰/۲ = ۲۱۰ جواب

۲- ایک سے لے کر ۹۹ تک جمع کرو- ۱+ ۹۹ = $\frac{99 \times 100}{2}$
= ۴۹۵۰ جواب

بعض اوقات ممتحن ایسے سوالات بھی دے دیا کرتے ہیں۔ جن میں فرق ہوتا ہے۔ کہ ۱۰ سے لے کر ۳۰ تک جمع کرو۔ ایسا کرنے کے لئے ۱ سے ۳۰ تک جمع کرو
۱+ ۳۰ = $\frac{31 \times 30}{2}$ = ۴۶۵
پھر ۱ سے لے کر ۹ تک جمع کرو ۱+ ۹ = $\frac{10 \times 9}{2}$ = ۴۵
پھر ۴۶۵ - ۴۵ = ۴۲۰ جواب

چونکہ ایسے عددوں کی اوسط یکساں ہو جاتی ہے۔ اگر ان کو مجموعہ اعداد کے نصف میں ضرب دیں۔ تو جواب درست آنے میں کوئی شک نہیں رہتا۔

9 8 7 6 5 4 3 2 1

اب اگر پہلے اور آخری عددوں کو ملایا جاوے۔ تو اوسط ہر دو کی 5 ہوئی اسلئے پہلے اور آخری کو جمع کر کے اوسط عدد نکالی × مجموعہ اعداد

5 × 9 یا 9+1 = $\frac{9 \times 10}{2}$ = 45 جواب

طریق دوم

بسا اوقات ایسا بھی ہوتا ہے۔ کہ ان اعداد کا مجموعہ معلوم کرنا ہوتا ہے۔ جن کے درمیان کوئی خاص فرق ہو –

مثلاً 2 یا 3 یا 4 یا 5 وغیرہ کا گویا کہ ہندسوں کی مقدار یکساں بڑھتی ہے

مثلاً 2 سے لے کر 20 تک اعداد جفت جمع کرو۔

قاعدہ۔ ایسا کرنے سے پیشتر آخری عدد اور پہلے عدد کا فرق لیکر بڑھتی ہوئی مقدار پر تقسیم کرو۔ پھر اس میں ایک جمع کرو یہ مجموعہ اعداد ہوگا پھر پہلے اور آخری عدد کی مقدار معلوم کرو۔

2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
―――
110

مجموعہ اعداد $10 = 1 + 9 = \frac{18}{2} = 2 - 20$

$\frac{\text{مجموعہ اعداد} \times \text{مقدار اعداد}}{2} = 20 + 2 = \frac{10 \times 22}{2} = 110$ جواب

طریق مثال نمبر ۲

3	4	5
3	4	5
6	8	10
9	12	15
12	16	20
15	20	25
18	24	30
21	84	105
24		
108		

پہلے اور آخری عدد کا فرق $24 - 3 = 21$

$\frac{\text{فرق} \div \text{فرق عدد}}{\text{تعداد اعداد}} = 1 + \frac{21}{3} = 7 + 1$

تعداد اعداد $= 7 + 1 = 8$

مقدار عدد $= 3 + 24 = 27$

کل عدد $\frac{8 \times 27}{2} = 108$ جواب

حل مثال نمبر ۳۔ $24 - 4 = 20$

$20 \div 4 = 5 + 1 = 6$

$24 + 4 = \frac{6 \times 28}{2} = 84$

جواب 84

مثال نمبر 4

$$25 = 5 - 30$$

$$6 = 1 + \frac{^{5}\cancel{25}}{\cancel{5}} = 5 \div 25$$

$$105 = \frac{^{3}\cancel{6} \times 35}{\cancel{2}} = 5 + 30$$

جواب

مندرجہ بالا تمثیلات کا حل ذرا غور سے سوچنے سے سمجھ میں آسکتا ہے۔ اس قاعدے کے لئے ذیل کی قسم کے سوالات آسکتے ہیں۔ جو عام طور پر حساب کی کتابوں میں نہیں ہیں۔ بلکہ الجبرا کی کتابوں میں دئے ہوتے ہیں۔ کیونکہ عام طور پر ایسی رقموں کو مجہول رقمیں سمجھا جاتا ہے۔

مثال نمبر ۱۔ ایک اونٹنی بچہ دے کر ۲۰ میل یومیہ کی رفتار سے چلی گئی ہے۔ بچہ ہر روز پہلے دن سے ایک میل زیادہ چلتا ہے۔ بتاؤ بچہ اونٹنی کو کتنے دنوں میں جا ملیگا۔

حل اونٹنی کی رفتار اوسط = ۲۰ میل

بچہ کی اوسط رفتار جسدن ۲۰ میل ہو جائے گی۔ اسی دن اونٹنی کو جا ملے گا۔ اس لئے بچہ جسدن بچہ 39 میل چلیگا تو پہلے اور آخری دن کی رفتار ملاکر ان کی اوسط رفتار ۲۰ میل ہو جائے گی۔ تو اسی دن جا پکڑے گا۔

اونٹنی کی دو دن کی رفتار ۴۰ میل

بچہ کی ایک دن کی رفتار ۱ میل

آخری دن کی مسافت = ۴۰ - ۱ = 39 میل بس 39 دن 39 دن میں جا پکڑے گا۔

جواب

مثال نمبر 2 = ایک اونٹنی بچہ دیکر ۳۰ میل یومیہ کی رفتار سے چلی۔ بچہ ہر روز ۳ میل بڑھتا جاتا ہے۔ اگر پہلے دن ۳ میل چلا ہو۔ تو اونٹنی کو کتنے دنوں میں جا پکڑے گا۔

حل :- اونٹنی ہر روز ۳۰ میل چلتی ہے۔
اسلئے جب بچہ کی اوسط رفتار بھی ۳۰ میل یومیہ ہو جائے گی۔ تو بچہ پکڑے گا۔ چونکہ بچہ پہلے دن ۳ میل چلا ہے۔
∴ آخری دن ۶۰ - ۳ = ۵۷ میل چلے گا۔

$$\text{میل}\ 570 = \frac{19 \times \overset{30}{\cancel{60}}}{2} = 3+57$$ (بموجب طریق دوم مثال نمبر ۱)

یا ۱۹ دن میں پکڑ لے گا۔

مندرجہ بالا مثالوں کے سمجھنے اور ذہن نشین کرکے مشق کرنے سے اعداد اور شمار اعداد وغیرہ کے طریق بھی اخذ کئے جاتے ہیں۔

دیکھنا رقومات کا کہ وہ کن اعداد پر تقسیم ہو سکتی ہیں

---

(۱) اگر کسی رقم کا اکائی کا ہندسہ دو پر تقسیم ہو جائے تو وہ رقم بھی 2 پر تقسیم ہو سکتی ہے۔
مثلاً :- 326 اکائی کا ہندسہ

(2) اگر کسی رقم کے اکائی اور دہائی کے ہندسوں سے بنا ہوا عدد ۴ پر تقسیم ہو جائے تو وہ رقم بھی 4 پر تقسیم

ہو جائے گی۔ مثلاً 1924 میں 24

(3) اگر کسی رقم کے پہلے تین ہندسوں سے بنا ہوا عدد 8 پر تقسیم ہو جائے تو تمام رقم 8 پر تقسیم ہو جائے گی۔
مثلاً 56328 میں 328

(4) اگر کسی رقم کے پہلے چار ہندسوں سے بنا ہوا عدد 16 پر تقسیم ہو جائے۔ تو تمام رقم 16 پر تقسیم ہو سکتی ہے۔
مثلاً 888048 وغیرہ میں 8048

(5) اگر کسی رقم کا پہلا اکائی کا ہندسہ 0 یا 5 ہو تو تمام رقم 5 پر تقسیم ہو سکتی ہے۔ مثلاً 980 یا 715 وغیرہ۔

(6) اگر کسی رقم کے اکائی اور دہائی کے ہندسے سے بنا ہوا عدد 25 پر تقسیم ہو جائے۔ تو تمام رقم 25 پر تقسیم ہو سکتی ہے۔ مثلاً :- 725 یا 1150 یا 1975 وغیرہ

(7) اگر تمام ہندسوں کا مجموعہ 3 پر تقسیم ہو سکے۔ تو وہ رقم بھی 3 پر تقسیم ہو جائے گی۔ مثلاً 13 12363212 وغیرہ

(8) اگر تمام ہندسوں کا مجموعہ 9 پر تقسیم ہو سکے تو وہ رقم بھی 9 پر تقسیم ہو جائے گی۔ مثلاً 198 7263 وغیرہ

(9) اگر کسی رقم کے طاق نمبر اور جفت نمبر کے ہندسوں کے مجموعوں کا فرق 11 یا 11 کے ضعف پر تقسیم ہو جائے۔ تو تمام رقم 11 پر تقسیم ہو جائے گی۔ اگر بعد منہائی ہر دو رقوم باقی صفر رہے۔ تو وہ بھی رقم 11 پر تقسیم ہو جائیگی۔
مثلاً 3 7 9 2 5 7 1 8 1 6 یا 7227633 6 ، 75576336

وغیرہ وغیرہ

اصل باقی معلوم کرنیکا طریق

55787 کو 60 پر بذریعہ اجزاء ضربی تقسیم کرو اور اصل باقی معلوم کرو۔

```
      اکائیاں
3 | 55787
4 | 18595 —— 2   ←—— اکائیاں باقی رہیں
5 |  4648 —— 3   } تین تین کے تین گروہ باقی رہے یا 9 اکائیاں باقی رہیں 3×3 = 9
  |   929 —— 3
```

12، 12 کے گروہ یا 3×12 = 36 اکائیاں

مندرجہ بالا مثال کو دیکھنے سے پتہ لگ سکتا ہے۔ کہ جب ہم نے کل رقم کو تین پر تقسیم کیا یعنی (تین تین کے گروہ اکائیوں کے بنائے) تو دو اکائیاں باقی بچ رہیں۔ اب مقسوم نمبر 2 جو کہ 18595 ہے یہ تین تین اکائیوں کے مٹھے ہیں۔ ان مٹھوں کو پھر چار پر تقسیم کیا گیا ہے۔ گویا تین کے چار چار مٹھوں کو ملا کر یکجا کر دیا گیا ہے۔ جس سے کہ 4648 مٹھے مکمل بن گئے۔ اور تین مٹھے جن میں سے کہ ہر ایک تین تین اکائیاں باقی رہے اب 4648 مٹھے جن میں کہ بارہ بارہ اکائیاں یا تین تین کے چار چار مٹھے ہیں۔ اب ان مٹھوں کو پانچ پانچ مٹھے ملا کر اکٹھا کر دیا گیا ہے۔ تو کل 929 مٹھے بنے۔ جن میں کہ 60، 60 اکائیاں ہیں۔ اور باقی تین مٹھے ایسے رہے۔ جن میں کہ ہر ایک میں بارہ بارہ اکائیاں ہیں۔ گویا کہ 2 اکائیاں پہلی اور دوسری باقی میں 3×3 = 9 اکائیاں اور تیسری باقی میں 2×3 = 36 اکائیاں

ہیں۔ گویا کہ کل 2 + 9 + 36 = 47 اکائیاں رہیں

قاعدہ } آخری مقسوم علیہ کو چھوڑ کر اوپر کی مقسوم علیہ کو آخری باقی سے ضرب دے کر اُس میں اسی مقسوم علیہ کے سامنے کی باقی جمع کرو۔ جیساکہ مثال بالا میں

3 × 4 = 12 + 3 = 15

پھر اُس سے پہلی مقسوم کو حاصل شدہ باقی سے ضرب دیکر اُس میں اُس مقسوم علیہ کی باقی جمع کرو۔ جیساکہ

حاصل شدہ باقی	پہلا مقسوم علیہ	پہلی باقی
15 ×	3 =	45 + 2

47 اصل باقی۔ پس 47 اصل باقی جواب ہے۔

قاعدہ } آخری مقسوم علیہ کو چھوڑ دو۔ پھر باقی تمام مقسوم علیہ کو آخری باقی سے ضرب دیکر اکائیاں بنالو جیساکہ:۔ آخری باقی۔ باقی کے مقسوم علیہ

3 × 4 × 3 = 36 اکائیاں

پھر باقی دوسری کو ایک مقسوم علیہ چھوڑ کر ضرب دیکر اکائیاں بنالو۔ جیساکہ دوسری باقی پہلا مقسوم علیہ

3 × 3 = 9 اکائیاں

پھر پہلی اکائیوں والی باقی کو جمع کردو یعنی 2 کو

کل باقی کا 36 + 9 + 2 = 47 اکائیاں جواب

پس یہ قاعدہ اخذ ہوا کہ آخری باقی × آخری سے پہلے کے تمام مقسوم علیہا کی حاصلضرب جمع اس سے پہلی باقی × اس کے مقسوم علیہ سے پہلے کے تمام مقسوم علیہا کی حاصل ضرب پھر آخری باقی جو کہ سب سے پہلے ہے اُس کو جمع کرلو کیونکہ وہ

صرف اکائیاں ہی ہیں۔

دو اور تین سطروں کی ضرب دینے کا طریق

جب کسی ایسے عدد کی ضرب دینی ہو۔ جن میں کہ آپس میں کوئی اجزار ترکیبی بن سکے تو عام طور پر ممتحن ایسے سوالات پر دو اور تین سطروں کی بندش لگا دیتے ہیں

طالب علم سوال کی ایک بڑی سی رقم کو دیکھتا ہے۔ کہ اس میں مضروب فیہ کے چھ یا سات ہندسے ہیں۔ اور ضرب کو تین سطروں میں مخصوص کیا ہے۔ اس کے لئے ذیل کی مثالوں کا بغور معائنہ کرو۔ مطلب اور حل و طریق عمل فوراً سمجھ میں آجائیگا

مثال نمبر ۱ = 86957 کو 819729 میں تین سطروں میں ضرب دو۔

حل

86957	مضروب
819729	مضروب فیہ
782613000	9000 سے ۹ کی ضرب مضروب کو ۹ سے ضرب دیکر تین صفر لگادو
70435170000	810000 سے ۹ کی ضرب کی ضرب کو ۹ میں ضرب دیکر چار صفر لگائے
63391653	729 سے 81 کی ضرب کی ضرب کو ۹ سے ضرب دیا
71281174653	جواب

مثال نمبر 2 = 95302 کو 8961056 سے تین سطروں میں ضرب دو

8	95 / 96	302 / 1056

762416000000 ← اسی لاکھ کی ضرب = 8 سے ضرب دیکر چھ صفر لگائے

91489920000 ← 8 کی ضرب کو 12 سے ضرب دیکر 4 صفر لگائے

100638912 ← 96 کی ضرب کو 11 سے ضرب 1056 کی ضرب بنائی۔

8540065558912

جواب

بیان

مثال نمبر ۔ میں تم دیکھتے ہو کہ مضروب فیہ کے تین جز کر لئے گئے ہیں۔ 9 - 81 - 729

9 مقامی قیمت کے لحاظ سے ہزار کا درجہ رکھتا ہے گویا کہ 9 کی قیمت مقامی 9000 ہے۔ لیکن اگر 9 کو 9 سے ضرب دیدیا جائے تو 81 پیدا ہوتے ہیں یا اگر 9 کی ضرب کو 9 سے ضرب دیدیا جائے تو 81 کی ضرب حاصل ہوگی۔ پھر اگر 81 کی ضرب کو 9 سے ضرب دیا جائے تو 729 کی ضرب پیدا ہو جائیگی۔

پس مثال مندرجہ میں مضروب کو 9 سے ضرب دیکر دائیں طرف تین صفر لگائے گئے ہیں۔ جس سے کہ 9000 کی ضرب بن گئی ہے اس کے نیچے 9 کی ضرب کو 9 سے ضرب دے کر 81 کی ضرب بنا لیا گیا۔ لیکن ایسا کرنے سے پیشتر 81 کی ضرب کے دائیں طرف چار صفر لگا دئے گئے ہیں۔ کیونکہ 81 کی مقامی قیمت 810000 ہے پھر 81 کی ضرب کو 9 سے ضرب دیکر 729 کی ضرب بنا دیا گیا ہے

لیکن اُس کے دائیں طرف کوئی درجہ نہیں چھوڑا گیا۔ کیونکہ 729 اکائیاں ہیں۔ بعدہٗ تمام حاصل شدہ رقموں کو جمع کرکے جواب حاصل کر لیا گیا ہے۔
ایسا ہی مثال نمبر 2 غور کرنے سے پتہ لگیگا۔ پس قاعدہ اخذ ہوا کہ

قاعدہ کلی

اگر کسی رقم کو ایسے اجزاء سے ضرب دینی ہو۔ کہ جس کے اجزاء ترکیبی بن سکیں۔ تو چھوٹے سے چھوٹا عدد معلوم کرو۔ اُس کو مضروب سے ضرب دو۔ اور حاصل ضرب کے دائیں طرف اتنی صفریں لگادو۔ جتنے کہ مضروب فیہ کے عدد کے دائیں طرف ہندسے ہیں۔ پھر اس عدد کو لو۔ جو کہ پہلے عدد کا ضعف ہو۔ اوپر کی رقم کے نیچے اتنی صفریں لگاؤ۔ جتنے کہ دائیں طرف ہندسے ہوں۔ پھر اوپر کی صفروں کو (مقامی قیمت کے درجات کو چھوڑ کر) باقی حاصلضرب کو ضرب دیدو۔ اسی طرح قاعدہ مندرجہ بالا کے مطابق ضرب دو اور جمع کر لو۔ پس جواب مکمل اور قاعدہ مختصراً ہوگا۔

اگر عاد اعظم و ذو اضعاف اقل معلوم ہو تو عدد معلوم کرو

مثال دو عددوں کا عاد اعظم ۲۱ ذو اضعاف اقل ۳۱۵ ہے عدد معلوم کرو

$$\frac{\text{ذو اضعاف}}{\text{عاد اعظم}} = 15$$

اب پندرہ کے دو ایسے اجزا متبائن بناؤ۔ جن میں سوائے اکائی کے کوئی جزو مشترک نہ ہو۔ اس لئے اجزاء = 5 × 3
اب ان اجزا کو عادِ اعظم سے ضرب دیدو = 21 × 5 = 105
= 21 × 3 = 63

قاعدہ :۔ ذو اضعاف کو عاد اعظم پر تقسیم کرو۔ حاصل شدہ خارج قسمت کے ایسے اجزاء ضربی بناؤ۔ جن میں سوائے اکائی کے کوئی جزو مشترک نہ ہو۔ حاصل شدہ اجزاء کو عاد اعظم سے ضرب دیدو۔ بس جواب حاصل ہو جائیگا۔

نوٹ :۔ یاد رکھو کہ ایسے اعداد کو جن میں سوائے اکائی کے کوئی جزو مشترک نہ ہو اعداد متبائن کہتے ہیں۔

ضرب کا ایک نیا طریق

جبکہ حاصلضرب میں ایک ہی قسم کے ہندسے آویں

ایک سے لے کر (ما سوائے 8 کے ہندسے کے) 9 تک تمام ہندسے لکھو۔ اب جونسا ہندسہ چاہتے ہو کہ جواب میں آوے اُس کو 9 سے ضرب دے کر مضروب فیہ بنالو۔ جیسا کہ ذیل کی مثالوں سے سمجھ میں آجاوے گا۔ خاص رقم یہ ہے 12345679 معلوم ہوئے کہ ایک سے لیکر 9 تک ہندسے لکھے ہیں۔ لیکن ان میں 8 کا ہندسہ نہیں ہے۔ جو ہونا بھی نہیں چاہیئے۔ مندرجہ بالا رقم کے سوا کسی اور رقم سے یہ عمل ظہور میں نہیں آسکتا۔

سوال :۔ 12345679 کو کسی عدد سے ضرب دو کہ جواب کے

تمام ہندسے چوکے (4) ہوں

حل :- اب 4 کو 9 سے ضرب دو = 36 پس مضروب فیہ 36 ہو ۔

12345679
36

74074074
37037037

444444444

سوال نمبر 2 :- رقم مذکورہ بالا کو کسی ایسے عدد سے ضرب دو کہ جواب کے تمام ہندسے سات ہوں ۔

حل :- اب 7 کو 9 سے ضرب دو ۔ 63 پس مضروب فیہ 63 ہے ۔

12345679
63

37037037
74074074

777777777

پس قاعدہ اخذ ہوا کہ مندرجہ بالا رقم کو اگر کسی رقم میں ضرب دیکر ایک جیسے ہندسے جواب میں لانے ہوں تو (9 × وہ ہندسہ جو کہ جواب میں لانا مطلوب ہو ۔ مضروب فیہ کرے)

ایسے اعداد کی ضرب جسمیں مضروب فیہ کا اکائی کا ہندسہ صرف ایک ہو اور مضروب فیہ صرف دو ہندسوں سے بنا ہو

اگر کسی عدد کو 21 ، 31 ، 41 وغیرہ سے ضرب دینی ہو تو

مضروب کا پہلا درجہ وہی اتار کر مضروب فیہ کے اکائی کے ہندسہ کو مضروب کے اکائی کے ہندسے سے ضرب دے کر دہائی کا ہندسہ جمع کرو۔ اور جواب میں لکھو۔ پھر دہائی کے ہندسے کو مضروب فیہ کے دہائی کے ہندسے سے ضرب دو۔ اور سینکڑہ کا ہندسہ جمع کردو۔ پھر سینکڑے کے ہندسے کو مضروب فیہ کے دہائی کے ہندسے سے ضرب دیکر ہزار کا جمع کرو۔ علیٰ ہذا القیاس اسی طرح ایک ہندسے کو ضرب دے کر اگلا درجہ جمع کرتے جاؤ۔

مثال:۔

$$\begin{array}{r} 8635 \\ 41 \\ \hline 354035 \end{array}$$

اب اس مثال میں اکائی کا ہندسہ 5 لکھ کر رکھ لیا گیا ہے۔ پھر مضروب فیہ کے دہائی کے ہندسے کو مضروب کے اکائی کے ہندسے سے ضرب دی اور دہائی کا جمع کیا $= 4 \times 5 + 3 = 23$ کا 3 لگایا اور 2 حاصل رہے

پھر $4 \times 3 + 2 + 6 = 20$ (حاصل) کی صفر لگائی اور 2 حاصل رہے

پھر $4 \times 6 + 2 + 8 = 34$ (حاصل) کا 4 لگایا۔ اور 3 حاصل رہے

پھر $4 \times 8 + 3 + 0 = 35$ (حاصل، جمع عدد) کے 35 لگائے۔ کیونکہ آگے قابل ضرب کوئی ہندسہ نہیں رہے۔

ایسے اعداد کی ضرب کا قاعدہ جس کے مضروب فیہ میں تین ہندسے ہوں۔ مگر دہائی اور سینکڑے کے ہندسے ایک ہوں

اس قاعدے میں پہلے مضروب فیہ کی اکائی کو مضروب کی اکائی سے ضرب دی جاتی ہے۔ اور اکائی کا حاصل شدہ ہندسہ اکائی کے درجہ پر رکھدیا جاتا ہے اور دوسرے کو حاصل گن کر مضروب فیہ کی اکائی کو مضروب کی دہائی سے ضرب دے کر اور حاصل جمع کر کے مضروب کی دہائی کے دائیں طرف کا ہندسہ جمع کر لیا جاتا ہے۔ حاصل شدہ کے اکائی ہندسے کو لکھ کر باقی حاصل رکھ لیا جاتا ہے۔ پھر اکائی مضروب فیہ کو سینکڑے سے ضرب دیکر اور حاصل جمع کر کے اُس کے دائیں طرف کے تمام ہندسے شامل کر دئے جاتے ہیں۔ پس جواب حاصل ہو جاتا ہے +

$$
\begin{array}{r}
1735 \\
112 \\
\hline
194320
\end{array}
$$

اکائی کا ہندسہ = 2×5 = 10 = صفر حاصل ۱

دہائی کا ہندسہ 2×3 = 6 + 5 + 1 = 12 کا لگاؤ 2 حاصل ۱ (اکائی کے حاصل (2))

سینکڑے کا ہندسہ 2×7 = 14 + 3 + 5 + 1 = 23 کا لگاؤ 3 حاصل 2 (دہائی، اکائی حاصل (2)، (2))

ہزار کا ہندسہ = 2×1 = 2 + 7 + 3 + 2 = 14 کا لگاؤ 4 حاصل ۱ (دہائی، اکائی حاصل (3)، (2))

دس ہزار کا ہندسہ = 1 + 7 + 1 = 9 حاصل = ۰ (حاصل (3) (2))

لاکھ کا ہندسہ ۱ + ۰ = ۱ (حاصل)

پس جواب حاصل ہوا (194320)

جواب

اب چونکہ ۵ تین دفعہ استعمال ہو چکے ہیں۔اور ۲ بھی تین مرتبہ مستعمل ہو چکا ہے۔اس لئے جب کوئی ہندسہ تین دفعہ استعمال ہو چکے یعنی ایک دفعہ ضرب کھائے اور دو دفعہ جمع ہو تو اسے چھوڑ دیا جاتا ہے۔جیساکہ ہزار کا درجہ حاصل کرنے میں پانچ کو چھوڑ دیا گیا۔کیونکہ وہ اکائی اور دہائی اور سینکڑے کے درجے حاصل کرنے میں مستعمل ہو چکا ہے۔تین کا ہندسہ باقی کے درجات میں تین مرتبہ مستعمل ہو چکا ہے۔

نوٹ

جب کوئی ہندسہ ایک دفعہ ضرب کھا جاوے اور دو دفعہ جمع ہو جاوے۔تو پھر وہ ہندسہ موقوف ہو جاتا ہے۔

علم حساب

رقومات کے درجے { اکائی۔ دہائی۔ سینکڑہ۔ ہزار۔ دس ہزار۔ لاکھ

دس لاکھ۔ کروڑ۔ دس کروڑ۔ ارب۔ دس ارب

کھرب۔ دس کھرب۔ نیل۔ دس نیل۔ پدم

دس پدم۔ سنکھ۔ دس سنکھ۔ مہاسنکھ

دس سنکھ تک کے تمام درجے ۱۹ ہیں۔دس سنکھ تک تمام درجے مستعمل ہوتے ہیں۔اس سے آگے ہندی زبان میں (ریت۔ دس ریت) کے دو درجے اور بھی استعمال ہوتے ہیں۔لیکن اردو

میں یہ درجے استعمال نہیں ہوتے۔ رقمیں لکھنے کے لئے صفریں درجات کی لگاکر ان پر اعداد لکھے جاویں۔

مثلاً ۷۴۲۳ سات ہزار چار سو تیئس

88 سو بعض رقمیں ایسی بھی ہوتی ہیں۔ مثلاً = 88 لاکھ 88 ہزار 88 ایسی رقموں کو اگر مندرجہ بالا طریق کی طرح لکھدیں۔ تو یہ طریقہ غلط ہوتا ہے۔ کیونکہ اس میں سینکڑے کے دو درجے ہیں۔ اور درجات میں صرف سینکڑے کا ایک درجہ ہے۔ اردو ہندسوں نے دو درجات روک لئے ہیں۔ ایسی رقموں کو اس طرح لکھتے ہیں

```
8800000
  88000
   8800
     88
-------
8896888
```

پس رقم یہ ہوئی۔ 8896888

کیونکہ 88 سو میں 8 ہزار 8 سو ہیں۔ اور 8 ہزار اگلے 88 ہزار میں جمع ہوکر 96 ہزار بن گئے۔

جمع مفرد + بہت سی چیزوں کی تعداد جوڑنے یا اکٹھا کرنے کو جمع بولتے ہیں ایک ہی جنس کو اُسی جنس میں جمع کیا جاتا ہے مثلاً اکائیوں کو اکائیوں میں دہائیوں کو دہائیوں میں اور سینکڑوں کو سینکڑوں میں جمع کیا جاتا ہے۔

```
 ۹۸۶۰۹
 ۴۳۵۷۲
 ۱۲۱۱۱
------
۱۵۴۲۹۲
```

جواب

جب جمع شدہ سرمایہ دس سے بڑھ جائے تو ایک حاصل اور جب بیس سے بڑھ جائے تو دو حاصل ہوتے ہیں۔ غرضیکہ جتنی دہائیوں سے بڑھتا چلا جائے اتنے ہی حاصل ہوئے۔ اس

کی قسمیں ابتدائً جمع بلا حاصل بعد میں جمع با حاصل ہوتی ہے۔

تفریق مفرد { کسی جنس کی تعداد میں سے کچھ مقدار نکال لینے یا گھٹا دینے کو تفریق کرنا بولتے }

مفروق منہ ۴۶۵۷۲
مفروق ۲۲۳۳۶
فرق ۲۴۲۳۶

ہیں۔ جسمیں سے گھٹایا جاوے اُسے مفروق مُنہ اور جو کچھ گھٹایا جاوے اُسے مفروق اور حاصل تفریق کو فرق بولتے ہیں۔

ضرب مفرد:۔ کسی چیز کی تعداد کو کئی گنا کرنا ضرب کہلاتا ہے۔ جس عدد کو کئی گنا کیا جاوے اُسے مضروب اور جتنے گنا کیا جاوے اُسے مضروب فیہ بولتے ہیں

۳۴۲
۲۳
۱۰۲۶
۶۸۴
۷۸۶۶

خارج قسمت مقسوم مقسوم علیہ
۱۷) ۶۲۳۴۱ (۳۶۶۷

تقسیم مفرد:۔ کسی چیز کو کچھ آدمیوں میں مساوی بانٹ دینا یا کسی عدد کے کچھ ٹکڑے مساوی مساوی کر دینا تقسیم کرنا کہلاتا ہے۔ جس تعداد کو بانٹا جاوے اس کو مقسوم۔ جس پر بانٹا جاوے اُسے مقسوم علیہ اور جو کچھ حاصل ہو اسے خارج قسمت کہتے ہیں۔ اور جو کچھ بچ رہے۔ اس کو باقی بولتے ہیں۔

۵۱
۱۱۳
۱۰۲
۱۱۴
۱۰۲
۱۲۱
۱۱۹
۲ باقی

تحویل

ایک قسم کی مقدار کو دوسری مقدار میں تبدیل کرنے کا عمل

تحویل کا عمل کہلاتا ہے۔

تحویل کے لغوی معنے کسی مقدار کو ایک حالت سے دوسری حالت میں تبدیل کرنا ہے

تحویل کی دو قسمیں ہیں (۱) تحویل نزولی (۲) تحویل صعودی

(۱) **تحویل نزولی** :- زیادہ قیمت کے سکوں کو گھٹیا درجے کے سکوں میں تبدیل کرنے کا نام تحویل نزولی ہے گویا کہ اس میں ہم اوپر سے نیچے کی طرف اترتے ہیں۔

مثال ۶۶ روپے ۷ر ۷ پائی کی پائیاں بناؤ:-

پائیاں - آنے - روپے

۷ - ۷ - ۶۶

۱۶ ×

۱۰۵۶ آنے

۷ +

۱۰۶۳ کل آنے

۱۲ ×

۱۲۷۵۶ پائیاں

۷ +

۱۲۷۶۳ کل پائیاں

(۲) **تحویل صعودی** :- گھٹیا درجے کے سکوں کو اعلیٰ درجے کے سکوں میں لے جانے کا نام تحویل صعودی ہے صعود کے معنے چڑھنے کے ہیں۔ گویا کہ ہم گھٹیا درجے کے سکوں کو اعلیٰ درجے کے سکوں میں لے جاتے ہیں۔

مثال ۹۹۹۶۴ پائیوں کے روپے بناؤ:-

پائیاں

۱۲ | ۹۹۹۶۴

۱۶ | ۸۳۳۰ — ۴ پائی

۵۲۰ — ۱۰ آنے

مرکب قاعدے

تمام مرکب قاعدے مختلف قسم کی مقداروں کے متعلق ہوتے ہیں۔ مثلاً روپے۔ آنوں پائیوں سے یا منوں۔ سیروں چھٹانکوں

باگزوں - فٹوں - انچوں وغیرہ وغیرہ میں ہوتے ہیں -

جمع مرکب } جمع مرکب میں ایک ہی قسم کی کئی جنسیں شامل ہوتی ہیں - مثلاً روپے - آنے - پائیاں وغیرہ
اور من سیر - چھٹانک وغیرہ -

فرق ۱ - جمع مفرد اور مرکب میں صرف یہ ہے - کہ مفرد میں اکائیوں اور دہائیوں کی جمع ہوتی ہے اور مرکب میں پائیوں میں پائیاں اور آنوں میں آنے اور روپوں میں روپے جمع ہوتے ہیں - اور حاصل جمع بجائے دہائیوں یا سینکڑوں کے آنوں اور روپوں میں آتے ہیں -

روپے	آنے	پائی
۹۳۷	۶	۸
۲۴۴	۱۱	۱۳
۱۷۵	۲	۹
۵۰	۳	۷
۱۴۲۷	۸	۳

اس قاعدے میں تحویل صعودی اور جمع کار آمد ہوتے ہیں -

تفریق مرکب - میں بھی ہر ایک رقم جمع مرکب کی طرح کئی مقداروں کا مجموعہ ہوتی ہے اور ایک ہی جنس میں سے اپنی قسم کی جنس میں سے منہا ہوتی ہے - جیسا کہ جمع مرکب میں ایک ہی قسم کی جنسیں جمع ہوتی ہیں - اسی طرح گزوں سے گز فٹوں سے فٹ اور انچوں سے انچ تفریق ہوتے ہیں

روپے	آنے	پائیاں
۸۳۴	۳	۷
۷۲۱	۶	۹
۱۱۲	۱۲	۱۰

اور منوں سے من سیروں سے سیر اور چھٹانکوں سے چھٹانکیں تفریق ہوتی ہیں - اس قاعدے میں تحویل نزولی اور تفریق سادہ کار آمد ہیں

ضرب مرکب + ضرب مرکب میں قاعدہ وہی ہے فرق صرف یہ ہے کہ مرکب رقم ایک مجرد رقم سے ضرب کھایا کرتی ہے - اور

مرکب رقم کی ہر ایک مقدار کو مجرد عدد سے ضرب کھانی پڑتی ہے اور ضرب کھا کر پھر کسی عدد پر تقسیم ہو کر اپنے کسی اعلےٰ اور بڑے جنس میں منتقل ہو جاتی ہے۔ مثلاً پائیاں ضرب کھا کر 12 پر تقسیم ہو کر آنے اور آنے ضرب کھا کر 16 پر تقسیم ہو کر روپے وغیرہ بن جاتے ہیں۔ اس قاعدے میں تحویل صعودی اور ضرب مفرد کار آمد ہوتے ہیں۔

روپے	آنے	پائیاں
۶۰۶	۱	۸
		۶۴ ×
۳۸۸۰۱	۱۰	۸

تقسیم مرکب ÷ میں مرکب رقم کا ہر ایک جز و مجرد عدد پر جو کہ مقسوم علیہ ہوتا ہے۔ تقسیم ہوتا جاتا ہے اور جو کچھ باقی رہتا ہے۔ وہ اپنے سے گھٹیا درجے میں منتقل ہو کر گھٹیا رقم میں جمع ہو جاتا ہے۔ علیٰ ہذا القیاس

روپے - آنے - پائی ۔ روپے - آنے - پائی

۲۴) ۸۴۶ - ۱۴ - ۷ (۳۵ - ۴ - ۷

۷۲
۱۲۶
۱۲۰
۶
۱۶
۹۶
۱۴
۲۴) ۱۱۰ (۴
۹۶
۱۴
۱۲
۱۶۸
۷
۲۴) ۱۷۵ (۷
۱۶۸
۷ باقی

پھر جو باقی بچتا ہے۔ وہ سب سے گھٹیا درجے کی جنس ہوتی ہے۔ خارج قسمت بھی انہیں جنسوں میں حاصل ہوتا ہے۔ جن میں کہ مقسوم کی رقم ہوتی ہے۔ اس قاعدے میں تحویل نزولی اور تقسیم سادہ مد عمل کار آمد ہوتے ہیں۔

عاد اعظم اور ذو اضعاف اقل

عاد - اگر کوئی چھوٹا عدد کسی بڑے عدد کو پورا پورا تقسیم کردے تو چھوٹے عدد کو بڑے عدد کا عاد بولتے ہیں۔

مثلاً 6 کا 2 عاد ہے

ضعف - اگر کوئی عدد کسی چھوٹے عدد پر پورا پورا تقسیم ہو سکے تو چھوٹے عدد کا بڑا عدد ضعف کہلاتا ہے

مثلاً 2 کا 6 ضعف ہے

عاد مشترک :- ایسے عدد کو جو دو یا دو سے زیادہ اعداد میں سے ہر ایک کا عاد ہو۔ تو اسے عاد مشترک بولتے ہیں

مثلاً 6، 12، 9 کا عاد مشترک 3 ہے۔

عاد اعظم :- دو یا دو سے زیادہ عددوں کے عاد مشترک میں سے جو عاد سب سے بڑا ہو اس کو ان عددوں کا عاد مشترک اعظم یا عادِ اعظم کہتے ہیں۔

طریق :- دو یا تین عددوں کا عاد اعظم اس طرح لیتے ہیں پہلے دو کا عاد اعظم معلوم کرتے ہیں۔ پھر اس عاد اور دوسرے عدد کا عادِ اعظم معلوم کرتے ہیں پہلے مقسوم کو مقسوم علیہ پر تقسیم کرتے ہیں۔ پھر آخری باقی کو

مثال ۱: ۴۸ - ۱۵ - ۹ کا عاد اعظم معلوم کرو

۱۵) ۴۸ (۳
۴۵
۳) ۱۵ (۵
۱۵
×

۲: ۳) ۹ (۳
۹
×

بس ۳ جواب ہے عاد اعظم ہے

مقسوم علیہ اور مقسوم علیہ کو مقسوم بناتے ہیں اور تقسیم کرتے چلے جاتے ہیں۔ حتیٰ کہ باقی صفر رہ جائے۔ تو مقسوم علیہ جس سے کہ تقسیم کرنے پر صفر باقی رہی ہے۔ وہی مقسوم علیہ (عاد اعظم) ہے۔ پھر اس عاد اعظم اور دوسری رقم کا طریق بالا سے عاد اعظم معلوم کرو۔ اور وہی عمل کرتے جاؤ۔

ضعف مشترک } ایسے عدد کو جو دو یا دو سے زیادہ عددوں میں سے ہر ایک کا ضعف ہو اُس کو اُن اعداد کا ذو اضعاف مشترک کہتے ہیں۔

مثلاً 6، 8 کا ضعف مشترک 24 ہے اور 48 وغیرہ بھی ہو سکتا ہے۔

ذو اضعاف اقل دو یا دو سے زیادہ عددوں کے ذو اضعاف مشترک میں سے جو سب سے چھوٹا ہو۔ اُس کو ان عددوں کا ذو اضعاف مشترک اقل بولتے ہیں یا ذو اضعاف اقل بھی کہتے ہیں۔

طریق:۔ جتنے اعداد کا ذو اضعاف اقل معلوم کرنا ہو۔ ان میں سے زیادہ سے زیادہ عددوں کا عاد مشترک نکال کر اس پر تقسیم کرتے چلے جاؤ حتیٰ کہ عاد مشترک ایک ہی رہ جاوے۔ پھر تمام عادوں کو ضرب دیوے بس وہی ذو اضعاف اقل ہوگا۔ جیسا کہ سامنے کی مثال سے ظاہر ہے۔ مثال 6، 8، 10، 12 کا ذو اضعاف معلوم کرو؟

2	6 - 8 - 10 - 12
2	3 - 4 - 5 - 6
3	3 - 2 - 5 - 3
2	1 - 2 - 5 - 0
5	1 - 1 - 5 - 0
	1 - 1 - 1 - 1

جواب $120 = 5 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2$

کسروں کا عاد اعظم اور ذو اضعاف اقل

معلوم کرنا

عاد اعظم:- اگر کسو عام کا عاد اعظم دریافت کرنا ہو۔ تو شمار کنندوں کا عاد اعظم اور نسب نماؤں کا ذو اضعاف اقل معلوم کرو

مثال $\frac{10}{16}$، $\frac{8}{18}$ کا عاد اعظم معلوم کرو؟

$$\frac{\text{۱۰ و 8 کا عادِ اعظم}}{\text{16 و 18 کا ذو اضعاف اقل}} = \frac{2}{144} \text{ عاد اعظم جواب}$$

ذو اضعاف اقل:- اگر کسو عام کا ذو اضعاف اقل دریافت کرنا ہو تو شمار کنندوں کا ذو اضعاف اقل اور نسب نماؤں کا عادِ اعظم معلوم کر لو:-

مثال $\frac{10}{16}$ و $\frac{8}{18}$ کا ذو اضعاف اقل معلوم کرو:

$$\frac{\text{۱۰ و 8 کا ذو اضعاف اقل}}{\text{16 و 18 کا عاد اعظم}} = \frac{40}{2} \text{ ذو اضعاف اقل جواب}$$

کسو عام

کسر- اگر کسی چیز کے کچھ برابر حصے کئے جاویں تو ہر ایک حصہ یا زیادہ حصہ کل کی کسر کہلاتے ہیں۔

شمار کنندہ و نسب نما:- اگر کسی چیز کے چند برابر حصے

کئے جاویں اور ان میں سے کچھ حصّے لے لئے جاویں۔ تو جتنے حصے برابر کئے جاویں ان کو نسب نما اور جتنے لئے جاویں ان کو شمار کنندہ بولتے ہیں۔ مثلاً $\frac{3}{7}$ میں کسی چیز کے سات حصے کئے گئے ہیں۔ اور ان میں سے 3 حصّے لئے گئے ہیں۔ بس ۳ شمار کنندہ ہے۔ اور ۷ نسب نما۔

کسور واجب :۔ اگر شمار کنندہ نسب نما سے کم ہو تو کسر واجب ہے مثلاً $\frac{4}{11}$، $\frac{3}{7}$، $\frac{2}{5}$ وغیرہ

کسور غیر واجب :۔ جب شمار کنندہ نسب نما سے زیادہ ہو تو اس کو کسر غیر واجب بولتے ہیں۔ مثلاً $\frac{16}{11}$، $\frac{13}{8}$، $\frac{14}{6}$ وغیرہ

اختصار

کسی کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کو ایک ہی عدد پر تقسیم کر دینے کو اختصار کرنا بولتے ہیں (ان کے عاد مشترک)

مثلاً : $\frac{186}{324}$ کا عاد مشترک ۶ ہے۔ اس لئے شمار کنندہ اور نسب کو تقسیم کیا

$$\frac{186}{324} = \frac{31}{54}$$

جواب $\frac{31}{54}$

ہم مخرج

اگر دو یا زیادہ کسروں کو ہم مخرج بنانا ہو تو پہلے تمام

نسب نماؤں کا ذو اضعاف اقل لے کر اس کو تمام کسروں کا نسب نما بنالو۔ پھر اصلی نسب نما پر تقسیم کرکے شمار کنندہ سے ضرب دیتے جاؤ۔ بس یہ تمام کسور ہم مخرج ہو جائینگی۔

مثال $\frac{3}{7}$، $\frac{6}{8}$، $\frac{5}{10}$ وغیرہ کو ہم مخرج کرو

$$2 \,\underline{)\, 10 - 8 - 7}$$
$$5 - 4 - 7$$

ذو اضعاف اقل = 280

$\frac{120}{280}$ ، $\frac{210}{280}$ ، $\frac{140}{280}$ جواب

جمع کسور عام

جن کسروں کو جمع کرنا ہو پہلے اُن کے نسب نماؤں کا ذو اضعاف اقل معلوم کرو۔ پھر ہر ایک کسر کے نسب نما پر تقسیم کرکے شمار کنندہ سے ضرب دیتے جاؤ۔ پھر تمام حاصل ضربوں کو جمع کرلو

مثال $\frac{7}{9} + \frac{3}{12} + \frac{6}{15}$ کو جمع کرو۔

$$\frac{72+45+140}{180} = \frac{257}{180} = 1\frac{77}{180}$$ جواب

نوٹ اگر صحیح عدد جمع کرنا ہو تو اُس کا نسب ایک رکھا جاتا ہے اور صحیح عدد کو شمار کنندہ رکھتے ہیں۔

تفریق کسور عام

جمع مرکب کی طرح پہلے نسب نماؤں کا ذو اضعاف اقل لے لو۔

پھر نسب نماؤں پر تقسیم کرکے شمار کنندوں سے ضرب دیتے جاؤ۔ پھر اس پہلی رقم کو مثبت خیال کرکے باقی تمام رقموں کو جمع کرکے رقم اول میں سے منفی کردو

مثال $\frac{3}{4}-\frac{7}{24}-\frac{4}{20}=\frac{24-35-90}{120}=\frac{59-90}{120}=\frac{31}{120}$

نوٹ:۔ اگر صحیح عدد تفریق کرنا ہو تو اس کا نسب ایک رکھا جاتا ہے۔

ضرب کسور عام

اول تمام شمار کنندوں کو ضرب دے لو۔ پھر تمام نسب نماؤں کو ضرب دے لو۔ پھر حاصل ضرب کا اگر ہو سکے تو اختصار کر لو۔ یا درمیان میں ہی اڑاتے چلے جاؤ۔ (عاد مشترک نکالتے چلے جاؤ۔

مثال حل طریق اول $=\frac{3}{4}\times\frac{8}{16}\times\frac{5}{9}=\frac{120}{576}=\frac{5}{24}$ جواب

حل طریق دوم $=\frac{3}{4}\times\frac{8^{2}}{16_{8}}\times\frac{5}{9_{3}}=\frac{5}{24}$ جواب

نوٹ:۔ اگر ضرب صحیح عدد کے ساتھ ہو تو اس کو شمار کنندہ سے ہی ضرب دیتے ہیں

تقسیم کسور عام

جب کسر کو کسی دوسری کسر پر تقسیم کرنا ہو۔ تو جس کسر پر تقسیم کرنا ہو۔ اس کے نسب نما کو شمار کنندہ اور شمار کنندہ کو نسب نما بناؤ۔

مثال $\frac{8}{23} \div \frac{12}{9} \div \frac{7}{11} = \frac{8}{23} \times \frac{69}{12} \times \frac{11}{7} = \frac{22}{7} = 3\frac{1}{7}$

نوٹ اگر صحیح عدد پر تقسیم کرنا ہو تو صحیح عدد کو نسب نما اور ایک اس کا شمار کنندہ رکھتے ہیں

کسور ملتف

کسور ملتف میں مندرجہ بالا ہر چہار علامات کے علاوہ ایک علامت (علامت کا) بھی آتی ہے۔ اس کا عمل اس طرح ہوتا ہے سب سے پہلے ان کسروں کو ایک کسر بنایا جاتا ہے۔ جن کے درمیان (کا) کی علامت ہو۔ پھر تقسیم کی علامت کا عمل ہوتا ہے۔ بعد ازاں ضرب کا عمل ہوتا ہے۔ بعد ازاں جمع اور تفریق کو اکٹھا ہی کسر کر لیا جاتا ہے

مثال = $\frac{2}{7} \div \frac{6}{28}$ کا $\frac{8}{12} \times \frac{3}{7} - \frac{7}{14} + \frac{1}{2}$ کو حل کرو

حل $\frac{2}{7} \div \frac{6}{28}$ کا $\frac{8}{12} \times \frac{3}{7} - \frac{7}{14} + \frac{1}{2} = \frac{7}{2} \times \frac{1}{7} \times \frac{3}{7} - \frac{7}{14} + \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2} + \frac{7}{14} - \frac{3}{14} = \frac{3-7+7}{14} = \frac{11}{14}$ جواب

اس مثال میں پہلے کا پھر تقسیم پھر ضرب بعدازاں جمع تفریق کا عمل اکٹھا کیا گیا ہے۔ بس یہی قاعدہ اور اصول ملیف کا ہے

(علامات خطوط وحدانی)

خطوط وحدانی شروع (خطوط وحدانی بند) چھوٹا خط شروع {چھوٹا خط بند} بڑا خط شروع [بڑا خط بند]

سب سے اندر خطوط وحدانی۔ اس کے باہر چھوٹا خط۔ اس کے بعد بڑا خط ہوتے ہیں۔ سب سے پہلے خطوط وحدانی کی تمام رقومات ایک ہو کر خط وحدانی اڑ جاتی ہے۔ پھر چھوٹے خطوط کے اندر کی رقومات ایک ہو جاتی ہیں۔ اور چھوٹے خطوط بھی اڑ جاتے ہیں۔ بعدازاں باہر کی تمام رقومات کا عمل ہوتا ہے جیسا کہ ذیل کی مثال سے پتہ لگ جائیگا۔

$\left[\left\{\left(\frac{1}{6}+\frac{3}{4}\right)\times\frac{7}{10}\right\}+\frac{2}{3}\right]\div\frac{1}{3}$ کو حل کرو؟

$\left[\left\{\left(\frac{2+9}{12}\right)\times\frac{7}{10}\right\}+\frac{2}{3}\right]\div\frac{1}{3} = \left[\left\{\frac{1}{6}+\frac{3}{4}\right)\times\frac{7}{10}\right\}+\frac{2}{3}\right]\div\frac{1}{3}$

$\left[\left\{\frac{11}{12}\times\frac{7}{10}\right\}+\frac{2}{3}\right]\div\frac{1}{3}$ خطوط وحدانی دور ہو گئی

$\left[\frac{77}{120}+\frac{2}{3}\right]\div\frac{1}{3} = \left[\left\{\frac{11}{12}\times\frac{7}{10}\right\}+\frac{2}{3}\right]\div\frac{1}{3}$ چھوٹے خطوط دور ہوئے

$\frac{40}{157} = \frac{40\,120}{157}\times\frac{1}{3} = \frac{157}{120}\div\frac{1}{3} = \left[\frac{77+80}{120}\right]\div\frac{1}{3}$

جواب

ایک مقدار کو دوسری مقدار کی کسر میں لانا

قاعدہ = کسر مطلوبہ = $\frac{\text{وہ مقدار جس کو کسر میں لانا ہے}}{\text{وہ مقدار جس کی کسر میں لانا ہے}}$

مثال ۲ر۳ پائی کو ایک روپے کی کسر میں لاؤ +

حل :- قاعدہ مندرجہ کے مطابق = کسر مطلوبہ = $\frac{\text{3/2 پائی}}{\text{16/}}$

$\frac{\frac{9}{4}\text{ آنہ}}{16\text{ آنہ}} = \frac{9}{4} \times \frac{1}{16} = \frac{9}{64}$ جواب

کسور اعشاریہ

جسطرح کسر عام میں اکائی کا کوئی واں حصہ لیا جاسکتا ہے - اسی طرح کسور اعشاریہ میں بھی اکائی کا دسواں یا سواں حصہ یا ہزارواں حِصّہ لیا جاسکتا ہے - لیکن یہ نہیں کہ کسور عام کی طرح اکائی کا ساتواں یا چھٹا حِصّہ وغیرہ لے سکیں

اعشاریہ کیا ہے } عشر کے معنی ہیں $\frac{1}{10}$ یعنی دسواں حِصّہ۔ عشیر کے معنی ہیں $\frac{1}{10}$ کا $\frac{1}{10}$ واں حِصّہ یعنی $\frac{1}{100}$ واں حِصّہ ہزار سے سینکڑہ $\frac{1}{10}$ ہے - سینکڑے سے دہائی $\frac{1}{10}$ ہے اور دہائی سے اکائی $\frac{1}{10}$ ہے۔ گویا کہ ہر ایک درجہ اپنے بائیں طرف کے درجے سے دسواں حِصّہ قیمت رکھتا ہے - جس طرح ان درجات کی قیمت اپنے بائیں طرف کے درجات کی قیمت کا دسواں حصّہ رہتی جاتی ہے - مثلاً = سواں - سواں - ہزارواں حِصّہ وغیرہ وغیرہ

اعشاریہ کا نشان = چونکہ اگر رقم لکھی ہوئی ہو۔ تو پتہ نہیں لگتا

کہ اکائی کا درجہ کہاں تک ہے۔ اس لئے اکائی کے بعد اکائی کا دسواں سواں وغیرہ حصّہ شروع ہوتا ہے۔ وہاں پر (۰) یا (٠) وغیرہ کا نشان لگا دیتے ہیں۔ تاکہ پتہ لگ سکے۔ کہ یہاں سے اکائی کا دسواں حصّہ سواں وغیرہ حصہ وغیرہ شروع ہوتا ہے۔ مثلاً اس رقم کو اس طرح پڑھیں گے۔ 6876·3756 کو اس طرح پڑھیں گے۔ چھ ہزار آٹھ سو چھتر کسر تین دسویں۔ دسویں۔ پانچ ہزار دیں چھ دس ہزار دیں۔ لیکن دیری کی وجہ سے چھ ہزار آٹھ سو چھہتر کسر تین، سات، پانچ، چھ وغیرہ پڑھیں گے۔

کسور اعشاریہ کی جمع و تفریق

اس کی جمع و تفریق میں کوئی خاص بات قابل ذکر نہیں ہے۔ صرف اعشاریہ کے نشان کا خیال رکھنا ضروری اور لابدی ہے۔ ذیل کی مثالوں سے پتہ بخوبی لگ سکتا ہے۔

```
 376·362
 118·437
---------
 257·925
```

```
 6783·5463
  723·35
  270·0035
-----------
 7776·8998
```

کسور اعشاریہ کی ضرب

اس قاعدے میں ضرب سادہ ضرب کی طرح دے لو۔ اعشاریہ کا بالکل خیال نہ کرو۔ جواب حاصل ہونے پر مضروب و مضروب فیہ کے درجات جو اعشاریہ کے دائیں طرف ہوں گن لو۔ اور اُسنے دا...

جواب میں دائیں طرف چھوڑکر نشان لگادو۔

```
    767 · 3235
     33 · 22
   ------------
     15346470
    15346470
   23019705
  23019705
  -------------
  25490·486670
```

تقسیم کسور اعشاریہ

اگر مقسوم اور مقسوم علیہ دونوں میں کسور اعشاریہ ہو۔ تو مقسوم علیہ کے نشان اعشاریہ کو اٹھاکر مقسوم علیہ کو صحیح عدد بناؤ۔ جتنے درجے مقسوم علیہ میں اعشاریہ کے ہٹاؤ اتنے درجے ہی مقسوم میں ہٹادو۔ پھر سادہ تقسیم کی طرح تقسیم کردو۔ جب نشان اعشاریہ اگلا درجہ اتارو۔ اس وقت خارج قسمت میں نشان اعشاریہ لگادو؟

مثال 366·3756 کو 22·32 پر تقسیم کرو؟

```
2232)366×37·56(16·414
     2232
     ------
     14317
     13392
     ------
       9255
       8928
       -----
        3276
        2232
```

```
1·4440
 8928
 -----
 1512
```

16·414 جواب

کسر عام کو کسور اعشاریہ میں لانا

جب کسور عام کو کسور اعشاریہ میں لایا جاوے تو نسب نما پر شمار کنندہ کو تقسیم کرتے جاؤ۔ اور مقسوم کے دائیں طرف صفریں بڑھاتے جاؤ۔ جہاں تک عمل ختم نہ ہو اسی طرح کرتے جاؤ۔ لیکن جب شمار کنندہ نسب نما سے چھوٹا ہو تو پہلے کسر اعشاریہ کا نشان لگالو

مثال $\frac{7}{20}$ کو کسور اعشاریہ میں لاؤ

$$20)\ 7.00\ (.35$$
$$\frac{6\ 0\ 0}{1\ 0\ 0}$$
$$\frac{1\ 0\ 0}{\times}$$

جواب $.35$

کسور اعشاریہ کو کسور عام میں لانا

جب کسی کسور اعشاریہ کو کسر عام میں لانا ہو۔ تو کسور اعشاریہ کے ہندسوں کی تعداد کے برابر نسب نما میں صفریں لکھو اور بیچ میں ایک ایک لگادو۔ مثال $.7345$ کو کسور عام میں تحویل کرو۔

$$.7345 = \frac{7345}{10000} = \frac{1469}{2000}$$ جواب

(7345 کٹ کر 1469، اور 10000 کٹ کر 2000)

کسر متوالی

جب نشان اعشاریہ کے بعد ایک ہی قسم کے ہندسے پے در پے آ کر لگ جاویں تو ایسی کسر کو کسر متوالی کہتے ہیں۔ جب کسر متوالی آنے لگ جاوے تو اسپر نشان (٠) لگاؤ

ایسی کسر کو کسر متوالی کہتے ہیں

مثال $1\frac{7}{9} = 1.7777$ ، $\frac{4}{9} = .4444$ وغیرہ

مثال نمبر ۲ = $\frac{3}{7} = .428571428571428$ وغیرہ

کسر متوالی کو کسر عام میں لانا

کسر متوالی کے متوالے ہندسوں کے برابر 9 کے ہندسے لگاؤ اور اگر کوئی ہندسہ غیر متوالی ہو تو اس کے برابر صفر لگاؤ

مثال نمبر ۱ $.4$ متوالی کو کسور عام میں لاؤ $= \frac{4}{9}$ جواب

مثال نمبر ۲ $.34743$ کو کسور عام میں لاؤ۔

اس مثال میں 4 و 3 کے آخری ہندسے متوالی ہیں اور پہلے تین ہندسے غیر متوالی۔ پس تین صفر لگاؤ۔ اور دو متوالی ہندسوں کے مطابق 9 کے ہندسے لگاؤ۔ پس صورت حل یہ ہوئی۔

$$\frac{34743}{99000} = \frac{34743}{99000}$$ جواب

مثال نمبر ۳ - $\frac{3}{7} = .428571 = \frac{428571}{999999} = \frac{3}{7}$ جواب

سود بطریق دیسی

مدت × اصل زر = پکے انک

پکے انک معلوم کرنے کے بعد 100 پکے انک کا سود معلوم کرو۔

دی ہوئی شرح سے پھر کل پیکے انکوں کا سود معلوم کر لو۔ کچھ ضرب دے کر اور کچھ جزوِ وقتی سے معلوم کر لو۔

مثال ۳۱۰ روپے کا سود 5 شرح سالانہ سے 6 سال کا معلوم کرو۔

حل :- $310 \times 6 = 1860$ پیکے انک

		پائی - آنے - روپے
۱۰۰ پیکے انک کا سود		5 - ۰ - ۰
۱۸۰۰	〃 〃 〃	90 - ۰ - ۰
۵۰	〃 〃 〃	2 - 8 - ۰
۱۰	〃 〃 〃	- 8 - ۰
جواب 1860	〃 〃 〃	93 - ۰ - ۰

رقبہ چار دیواری

قاعدہ (طول + عرض) × 2 × بلندی = رقبہ چار دیواری۔
کمرے کے فرش کا رقبہ = طول × عرض + کمرے کی چھت کا رقبہ = طول × عرض

مثال ایک کمرے کا طول 26 فٹ عرض 14 فٹ اور بلندی ۱۰ فٹ ہے۔ اس کی چھت فرش اور چار دیواری کا رقبہ علیحدہ علیحدہ معلوم کرو؟

چار دیواری کا رقبہ $(14+26) \times 2 \times 10 =$ 800 مربع فٹ
فرش یا چھت کا رقبہ $26 \times 14 =$ 364 مربع فٹ

جواب { چار دیواری کا رقبہ 800 مربع فٹ
فرش یا چھت کا رقبہ 364 〃

تجارت

جزو وفقی:- کسی عدد کا کوئی جزو جو اس عدد میں پوری دفعہ شامل ہو۔ عاد یا وفقی کہلاتا ہے اور یہ ایک ایسی کسر میں ظاہر کیا جاتا ہے۔ جس کا شمار کنندہ ایک اور نسب نما کوئی عدد ہو۔ مثلاً 20 سیر ایک من کا جزو وفقی کہلاتا ہے۔ اور ایک من کا $\frac{1}{2}$ حصہ ہے

تجارت:- وہ آسان قاعدہ ہے۔ جس سے چند چیزوں کی قیمت دیئے ہوئے نرخ سے معلوم کی جاتی ہے۔ اور جزو وفقی سے کام لیا جاتا ہے۔

تجارت مفرد:- تجارت کا وہ قاعدہ ہے۔ جس میں کسی ایک شے کی قیمت دی ہوئی ہو۔ اور چند اسی قسم کی متعدد چیزوں کی قیمت معلوم کرنی ہو۔ اس میں پہلے فی چیز کی قیمت ایک روپیہ وغیرہ مان لی جاتی ہے۔

مثال 786 چیزوں کی قیمت بحساب 9 روپے 12 ر 8 پائی فی چیز معلوم کرو؟

پائی ۔ آنہ ۔ روپے

786 - 0 - 0

9

	روپے - آنہ - پائی	
	7074 - 0 - 0	بحساب 9 روپے فی چیز
8 ر ایک روپے کا $\frac{1}{2}$ حصہ	393 - 0 - 0	بحساب 8 ر "
4 ر 8 آنے کا $\frac{1}{2}$ "	196 - 8 - 0	" 4 ر "
8 پائی 4 ر کا $\frac{1}{6}$ حصہ	32 - 12 - 0	" 8 پائی "
	7696 - 4 - 0	

786 چیزوں کی قیمت بحساب 9 روپے 12 ر 8 پائی فی چیز

تجارت مرکب

وہ قاعدہ ہے۔ جس میں کسی مقدار مرکب کی قیمت معلوم کی جاتی ہے۔ یعنی اُس میں جنس کے مختلف درجے بھی مقدار میں شامل ہوتے ہیں۔ فی چیز قیمت ایک روپیہ وغیرہ ماننی پڑتی ہے۔

مثال:- ۷۰ من ۳۶ سیر 8 چھٹانک کی قیمت بحساب ۱۰ روپے 2ر 3 پائی فی چیز معلوم کرو۔

	روپے - آنے - پائی	
قیمت فی من	10 - 2 - 3	
	70	
" 70 " کی	709 - 13 - 6	
" 20 سیر "	5 - 1 - 1 $\frac{1}{2}$	20 سیر ایک من کا $\frac{1}{2}$ حصہ
" " 10 "	2 - 8 - 6 $\frac{3}{4}$	10 " 20 سیر کا $\frac{1}{2}$ "
" " 5 "	1 - 4 - 3 $\frac{3}{8}$	5 " 10 " کا $\frac{1}{2}$ "
" " 1 "	0 - 4 - 0 $\frac{27}{40}$	1 " 5 " کا $\frac{1}{5}$ "
" 8 چھٹانک "	0 - 2 - $\frac{27}{80}$	8 چھٹانک ا سیر کا $\frac{1}{2}$ "
قیمت 70 من 36 سیر 8 چھٹانک کی بحساب 10 روپے 2ر 3 پائی من	719 - 1 - 6 $\frac{51}{80}$	

جواب

اکائی

اگر چند چیزوں کی قیمت دی ہوئی ہو۔ اور معلومہ قیمت کے ذریعے

چند اور چیزوں کی قیمت معلوم کرنی ہو۔ تب پہلے تقسیم کر کے ایک چیز کی قیمت معلوم کر کے پھر مطلوبہ چیزوں کی تعداد سے ضرب دے کر قیمت معلوم کر لی جاتی ہے

قاعدہ :- ایک چیز کی قیمت = $\frac{\text{دی ہوئی قیمت}}{\text{تعداد اشیاء جنکی قیمت دی گئی ہے}}$ × تعداد اشیاء جن کی قیمت معلوم کرنی مطلوب ہے

مثال :- 16 چیزوں کی قیمت 72 روپے ہے تو 23 چیزوں کی قیمت معلوم کرو۔

حل :- 16 چیزوں کی قیمت 72 روپے

∴ 1 چیز 〃 〃 $\frac{72}{16}$ 〃

∴ 23 چیزوں 〃 〃 $\frac{72}{16} \times 23$ روپے = $\frac{9 \times 23}{2}$ روپے

= $\frac{207}{2}$ = $103\frac{1}{2}$ روپے = 103/8/- روپے آنہ

بعض اوقات اکائی کا عمل اُلٹنا پڑتا ہے۔ اس صورت میں بجائے تقسیم کے ضرب اور ضرب کی بجائے تقسیم کرنی پڑتی ہے جیسا کہ ذیل کی مثال سے پتہ لگ جائیگا۔

مثال :- 8 آدمی ایک کام کو 18 دن میں کرتے ہیں۔ بتاؤ 12 آدمی کتنے دنوں میں کریں گے۔

حل :- چونکہ 8 آدمی ایک کام کو 18 دن میں

اس لئے 1 〃 اسی 〃 18×8 یا 144 دن میں

لہذا 12 〃 〃 〃 $\frac{144}{12}$ = 12 دن میں کریں گے

پس قاعدہ اخذ ہوا

قاعدہ :- $\frac{\text{تعداد کام کرنے والوں کی} \times \text{تعداد ایام کار}}{\text{جتنے آدمیوں نے یا جتنے دنوں میں کام کرنا مطلوب ہے}}$

سُود

(1) سود = $\frac{\text{اصل زر} \times \text{مدت} \times \text{شرح فی صدی}}{100}$

(2) کل زر = $\frac{\text{اصل زر} \times \text{مدت} \times \text{شرح فیصدی}}{100}$ = سود + اصل زر = کلزر

(3) اصل زر = $\frac{\text{سود} \times 100}{\text{مدت} \times \text{شرح فیصدی}}$

(4) مدت = $\frac{\text{سود} \times 100}{\text{اصل زر} \times \text{شرح فیصدی}}$

(5) شرح = $\frac{\text{سود} \times 100}{\text{اصل زر} \times \text{مدت}}$

(6) اگر کل زر۔ شرح اور مدت معلوم ہو۔ تو اصل زر معلوم کرنا۔

$\frac{\text{کل زر} \times 100}{\text{100 روپے کا کل زر مقررہ شرح سے مقررہ مدت کے لئے}}$

مثال 5 شرح سے 4 سال کا کل زر کسی رقم کا 720 روپے ہے اصل زر معلوم کرو:۔

حل:۔ 100 روپے کا کل زر = $\frac{4 \times 5 \times 100}{100}$ = 20 سود + 100 اصل زر = 120 کلزر

بطریق مندرجہ بالا = $\frac{100 \times 720}{120}$ = 600 روپے اصل زر

اوسط

اگر کچھ عدد دئے گئے ہوں اور ان کی حاصل جمع کو ان عددوں کی

تعداد پر تقسیم کرنے سے جو خارج قسمت آتا ہے۔ اُسے اوسط بولتے ہیں۔ مثلاً

مثال 26، 34، 66، 48، 56 کی اوسط معلوم کرو

طریق $26+34+66+48+56 = \frac{230}{5} = 46$ جواب

قاعدہ = $\frac{\text{اعداد کی حاصل جمع}}{\text{تعداد اعداد (ارقام)}}$ = اوسط

فی صدی

فی صدی کے معنے سینکڑے کے ہیں۔ کسی چیز کی قیمت پر جو بھی نفع یا نقصان یا خراب وغیرہ ہو تو اُس نفع یا نقصان کو ۱۰۰ پر لگا لیتے ہیں۔ کہ اتنی قیمت پر تو اتنا نفع یا نقصان ہوتا ہے۔ ۱۰۰ پر کتنا نفع یا نقصان ہوگا۔ اس ۱۰۰ پر کے نفع یا نقصان کو معلوم کرنے کو فی صدی نفع و نقصان بولتے ہیں۔

مثال :- ایک شخص کو 540 روپے کے سودے میں 36 روپے نقصان ہوا۔ تو بتاؤ فی صدی کیا نفع یا نقصان ہوا۔

حل ۱ $\frac{100 \times 36}{540} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$ فیصدی

مثال ۲ :- ایک رقم میں اس رقم کا 35 فیصدی بڑھا دینے سے وہ رقم 675 بن جاتی ہے رقم معلوم کرو

$\frac{100 \times 675}{135} = 20 \times 25 = 500$

جواب

قاعدہ = $\frac{\text{نقصان یا نفع} \times 100}{\text{جس قیمت پر واضح ہو}}$ = فیصدی

مثال ۳۔ ایک شہر میں 3260 آدمیوں کی آبادی ہے۔ اگر ان میں 652 بچے ہوں تو بچے کتنے فیصدی ہیں۔

$\frac{\text{تعداد بچگان} \times 100}{\text{کل آبادی}} = \frac{100 \times 652}{3260} = 20$ فیصدی بچے
جواب

مثال ۴۔ 1200 کا 5 فیصدی معلوم کرو

$\frac{5 \times 1200}{100} = 60$ جواب

کمیشن یا آڑت

جو رقم کسی خاص مقررہ شرح کے لحاظ سے کسی رقم پر کسی سودا کرنے والے کو بطور دلالی دی جاتی ہے۔ اُسے کمیشن یا آڑت بولتے ہیں۔

یا

جو رقم کسی ایجنٹ یا کارندے کو کسی شخص کا مال خریدنے یا فروخت کرنے کے عوض فی صدی دی جائے۔ اُسے آڑت یا کمیشن بولتے ہیں۔ یہ قاعدہ بھی فی صدی کا ایک جزو ہے۔

مثال۔ ۱۰ روپے کی کتابوں پر $12\frac{1}{2}$ فی صدی کے حساب سے کیا کمیشن ملے گا۔

حل $\frac{25}{100 \times 2} \times 10 = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

جواب ایک روپیہ چار آنہ

محصول۔ انکم ٹیکس۔ بیمہ

(یہ تینوں قاعدے کمیشن کے جزو ہیں)

محصول۔ جو رقم کسی معاوضے کے عوض ادا کی جائے۔ اُسے محصول کہتے ہیں۔

انکم ٹیکس۔ جو محصول سرکار کی طرف سے سالانہ یا ماہوار آمدنی پر فی روپیہ یا فی صدی لگایا جاتا ہے۔ اُسے انکم ٹیکس بولتے ہیں۔

بیمہ:۔ بڑے بڑے شہروں میں کمپنیاں ہوتی ہیں۔ اور کسی خاص رقم پر کسی خاص چیز کی زندگی کا بیمہ لیتی ہیں۔ گویا کہ اُن کے نقصان یا ناگہانی حادثے سے تباہ ہو جانے پر اُن کی قیمت مالک کو دینے کی ذمہ دار ہوتی ہیں۔ ایسی کمپنی کو بیمہ کمپنی بولتے ہیں۔ جس کاغذ پر معاہدہ درج ہوتا ہے۔ اُسے بیمہ کا غذ کہتے ہیں۔ اور جو رقم سالانہ ادا کی جاتی ہے اُسے خرچ بیمہ بولتے ہیں۔

مثال ایک شخص کی سالانہ آمدنی 7500 روپے ہے۔ شرح انکم ٹیکس $3\frac{1}{3}$ % فی۔ لیکن جو رقم وہ شخص بیمہ زندگی کے لئے ادا کرتا ہے۔ اُس پر ٹیکس نہیں لگتا۔ وہ 187 روپے 6 ر 8 پائی انکم ٹیکس دیتا ہے۔ بتاؤ بیمہ زندگی کے لئے کتنی رقم ادا ادا کرتا ہے۔

187 روپے 6 ر 8 پائی۔ $\frac{2249}{12}$ روپے

$3\frac{1}{3}$ % کے حساب سے کتنے روپے پر انکم ٹیکس دیا جاتا ہے۔

$\frac{2249}{12\frac{1}{2}} \times \frac{10}{10} \times \frac{5}{100} = \frac{11245}{2} = 5622/8/.$ روپے

جتنے روپے پر انکم ٹیکس نہیں دیا جاتا $= 6200 - 5622\frac{1}{2} =$

577/8/. روپے جواب

مثال:۔ ایک شخص کی آمدنی 7500 روپے سالانہ ہے شرح انکم ٹیکس $3\frac{1}{3}$ % ہے۔ وہ 800 روپے سالانہ مکان کا کرایہ ادا کرتا ہے۔ اس کرایے کے $\frac{4}{5}$ حصہ پر وہ محصول ادا کرتا ہے۔ ایک کی شرح $\frac{2}{5}$ ۱۰ پائی فی روپیہ اور دوسرے کی $\frac{3}{5}$ ۷ پائی فی روپیہ ہے۔ بتاؤ کرایہ محصول اور انکم ٹیکس دینے کے بعد اس کی بچت کیا ہو گی۔

7500 روپے پر انکم ٹیکس $= \frac{7500}{100} \times \frac{10}{3} = 250$ روپے

کرایہ کا $\frac{4}{5}$ حصہ $= 800 \times \frac{4}{5} = 640$ روپے

محصول کی تعداد $\frac{2}{5}$ ۱۰ پائی + $\frac{3}{5}$ ۷ پائی $= \frac{7}{2}$ آنے فی روپیہ $= \frac{7}{32}$ روپے

کل محصول $= 640 \times \frac{7}{32} = 140$ روپے

کل خرچ = انکم ٹیکس + کرایہ + محصول $= 250 + 800 + 140 = 1190$ روپے

بچت $= 7500 - 1190 = 6310$ روپے جواب

بل بیجک

جب ہم کسی دکاندار سے کچھ چیزیں خریدیں۔ تو وہ ہمیں چیزوں کی فہرست بہ قیمت ترتیب وار لکھ کر دیدیگا۔ اس فہرست

کوبل ۔ بیچک بولتے ہیں ۔

نمونہ حسب ذیل ہے

چوڑا بازار لدھیانہ

10-12-28

میسرز بابو بینی رام خدا اگروال جنرل مرچنٹ لدھیانہ

بخدمت لالہ امرناتھ اگروال ہیڈ ماسٹر لوئر مڈل سکول داؤدھر تحصیل موگہ

نام شے معہ تعداد	قیمت فی شے	پائی	آنہ	روپے
اردو کورس حصہ سوم 8 عدد	در ۹ر ۲ پائی فی	٥	١٥	4
پنسل 76 21 درجن	؍ ۳۰ر ؍ درجن	6	9	4
چاقو $4\frac{1}{2}$ ؍	؍ 6ر ؍	٠	١١	١
ٹائم پیس 2 عدد	؍ 8ر فی عدد	٠	٠	١١
سیاہی ١٥ بکس	؍ ٠6ر فی بکس	6	١	6
	میزان کل	٠	٠	28

نسبت ۔ تناسب

نسبت :۔ جب یہ معلوم کرنا ہو کہ کوئی عدد کسی دوسرے عدد میں کتنی مرتبہ شامل ہے ۔ یا دوسرے عدد میں کتنی مرتبہ شامل ہے یا دوسرے عدد کا کونسا حصہ یا گنا ہے ۔ یا اُن دونوں میں کیا رشتہ ہے ۔ تو ہم کہتے ہیں کہ ان اعداد میں کیا نسبت ہے ۔ پس نتیجہ نکلا کہ دو ہم جنس مقداروں کے باہمی رشتے کا نام نسبت ہے ۔

مثلاً 3 : 4 یا 6 : 12 وغیرہ
نسبت کے پہلے عدد کو مقدم اور دوسرے کو تالی بولتے ہیں۔
مثلاً 3 مقدم ہے اور 4 تالی ہے
نسبت صعودی :۔ جس میں مقدم چھوٹا اور تالی بڑا ہو۔
مثلاً 3 : 4 وغیرہ
نسبت نزولی :۔ جس میں تالی چھوٹا اور مقدم بڑا ہو۔
مثلاً 4 : 3 یا 5 : 2 وغیرہ
تناسب :۔ اگر دو نسبتیں برابر ہوں۔ تو اِن کے باہمی تعلق کو تناسب بولتے ہیں۔ مثلاً 2 : 3 :: 4 : 6
متناسب اعداد :۔ اگر چار اعداد ایسے ہوں کہ پہلا عدد دوسرے میں اتنی بار شامل ہوں جتنی دفعہ تیسرا چوتھے میں۔ تو اُن چاروں عددوں کو متناسب اعداد کہیں گے مثلاً 4 : 8 :: 6 : 12 ہے
نسبت اور متناسب کا فرق :۔ نسبت دو عددوں میں ہوتی ہے اور متناسب چار عددوں میں ہوتا ہے۔ گویا کہ دو نسبتوں کے برابر ہونے سے تناسب پیدا ہوتا ہے۔
خواص۔ تناسب میں طرفین کی حاصل ضرب = اوساط کی حاصل ضرب کے

$$\frac{\text{اوساط کی حاصل ضرب}}{6 \times 8} = \frac{\text{طرفین کی حاصل ضرب}}{12 \times 4}$$

مثال ۱ 5 : x :: 10 : 12 میں نامعلوم مقدار معلوم کرو
5 × 12 = 10 × عدد نامعلوم کے 60 = 10 × نامعلوم عدد کے
نامعلوم عدد $\frac{60}{10}$ = 6 جواب 6
مثال ۲ غنیم سے گھرے ہوئے ایک شہر میں 22400 باشندے ہیں۔ ان کے پاس تین ہفتوں کی خوراک ہے بتاؤ ۷ ہفتے تک وہی

خوراک کتنے باشندوں کے لئے کافی ہے۔

$3 : 7 :: x : 22400 = \frac{22400 \times 3}{7} = 9600$

نفع و نقصان

کوئی چیز جتنے کو خریدی جاوے اُسے قیمت خرید۔ اور جتنے کو بیچی جاوے اُسے قیمت فروخت بولتے ہیں۔

(۱) قیمت خرید ـ قیمت فروخت = نقصان

(۲) قیمت فروخت ـ قیمت خرید = نفع

(۳) قیمت خرید + نفع = قیمت فروخت

(۴) قیمت خرید ـ نقصان = ″

(۵) قیمت فروخت + نقصان = قیمت خرید

(۶) قیمت فروخت ـ نفع = ″

نفع یا نقصان ہمیشہ قیمت خرید پر شمار کیا جاتا ہے۔ اور عام طور پر حساب میں نفع یا نقصان فی صدی شمار ہوتا ہے۔ اس سے جلد پتہ لگ جاتا ہے۔ کہ نفع ہوا یا نقصان۔ لیکن روزانہ حساب میں فی صدی ضروری نہیں۔

مثال ایک گھوڑا ۳۵۰ روپے کو بیچنے سے $12\frac{1}{2}$ فیصدی نقصان ہوتا ہے۔ بتاؤ کتنے کو بیچے کہ ۱۰ فیصدی فائدہ ہو۔

حل اگر ۱۰۰ خرید تو فروخت $87\frac{1}{2}$ روپے ہے

″ ۱ ″ ″ $\frac{175}{2} \times \frac{1}{100} = \frac{7}{8}$

جب ایک روپے کو بیچے تو خرید $\frac{8}{7}$

جب 350 کو بیچے تو خرید = $\cancel{350}^{50} \times \frac{8}{7}$ = 400 روپے

۱۰۰ روپے نفع = ۱۰ روپے

جب ۱۰۰ خرید ہو تو فروخت = ۱۱۰ روپے

" ۱ " " " = $\frac{110}{100} = \frac{11}{10}$ روپے

" 400 " " " = $400 \times \frac{11}{10}$ = 440 روپے

جواب

مثال ۲ = ایک دوکاندار اپنی چیزوں پر نقد قیمت سے ۲۰ فیصدی زیادہ لکھ دیتا ہے۔ تو بتاؤ اس چیز کی قیمت اصل کیا ہوگی۔ جس کی قیمت ۹ روپے لکھی ہو۔

حل :- جب اصل قیمت ۱۰۰ روپے تو ۱۲۰ لکھ دیتا ہے

" " " ۱ " " $\frac{120}{100}$ " "

جب لکھی ہوئی قیمت $\frac{6}{5}$ روپے ہے تو اصل قیمت = ۱ روپیہ

" " " ۱ " " " = $\frac{5}{6}$

" " " 9 " " " = $\frac{5}{\cancel{6}_2} \times \cancel{9}^3$

= $\frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$ = 7 روپے 8/ جواب

کام و وقت

جتنا کام وقت کی کسی ایک اکائی میں کیا جاوے۔ تو کل کام اتنے وقت میں ہوگا۔ جتنے کہ کل کام کے حصے وقت کی اکائی میں کئے ہوئے کام کے برابر ہو سکیں گے

قاعدہ

$$\text{وقت} = \frac{\text{کل کام}}{\text{وقت کی اکائی میں کیا ہوا کام}}$$

مثلاً ا ایک گھنٹہ میں ایک دیوار کا $\frac{1}{6}$ حصہ بنا تا ہے۔ تو کل دیوار کتنے وقت میں بنائیگا۔

حل $\frac{1}{\frac{1}{6}} = 1 \div \frac{1}{6} = 1 \times \frac{6}{1} = 6$ گھنٹہ

مثال نمبر ۱۔ ا ایک کام 12 دن میں ب 16 دن میں ج 18 دن میں بنائے بتاؤ تینوں ملکر کل کام کتنے دنوں میں کریں گے

حل:۔ ا کا ایک دن کا کام = $\frac{1}{12}$ حصہ

ب " " " " = $\frac{1}{16}$ "

ج " " " " = $\frac{1}{18}$ "

تینوں کا ایک دن کا کام $= \frac{1}{12} + \frac{1}{16} + \frac{1}{18} = \frac{8+9+12}{144}$

$= \frac{29}{144}$

کل کام $1 \div \frac{29}{144} = 1 \times \frac{144}{29}$

$= \frac{144}{29} = 4\frac{28}{29}$ دن تقریباً 5 دن میں

مثال نمبر 2 = ا ب ایک کام کو 20 دن میں ب ج 24 دن میں ج ا 30 دن میں بتاؤ ہر ایک علیحدہ علیحدہ کتنے دن میں کرے گا۔

حل:۔ ا ب کا ایک دن کا کام $\frac{1}{20}$ حصہ

ب ج کا " " " " $\frac{1}{24}$ حصہ

ج ا کا " " " " $\frac{1}{30}$ "

تینوں کا " " " " $\frac{1}{20} + \frac{1}{24} + \frac{1}{30} = \frac{4+5+6}{120}$

$= \frac{15}{120} = \frac{1}{8}$

یاد رہے کہ $\frac{1}{8}$ حصہ میں دو ا دو ب دو ج نے کام کیا ہے اس لئے 6 آدمیوں کا ایک دن کا کام = $\frac{1}{8}$

" 3 " " " " $\frac{1}{2 \times 8} = \frac{1}{16}$ حصہ

تینوں کے ایک دن کے کام میں سے ا ب کا ایک دن کا کام

نکالا تو ج کا ایک دن کا کام رہا = $\frac{1}{16} - \frac{1}{20} = \frac{5-4}{80} = \frac{1}{80}$
$\frac{1}{80}$ حصہ کام ج کا ایک دن کا ∴ کل کام $1 \div \frac{1}{80} = 1 \times \frac{80}{1} = 80$ دن
کل کام میں سے ب ج کا ایک دن کا کام نکالا تو ا کا ایک دن کا
کام رہا = $\frac{1}{16} - \frac{1}{24} = \frac{3-2}{48} = \frac{1}{48}$ حصہ ا کا ایک دن کا کام
∴ ا کا کل کام $1 \div \frac{1}{48} = 1 \times \frac{48}{1} = 48$ دن
کل کام میں سے ج ا کا ایک دن کا کام نکالا تو باقی ب کا ایک دن
کا کام رہا = $\frac{1}{16} - \frac{1}{30} = \frac{15-8}{240} = \frac{7}{240}$ حصہ ب کا ایک دن کا کام
∴ کل کام $1 \div \frac{7}{240} = 1 \times \frac{240}{7} = \frac{240}{7} = 34\frac{2}{7}$

ا = 48 دن میں ب $34\frac{2}{7}$ دن میں ج 80 دن میں کل کام کریگا

نل وحوض

از قاعدہ کام اور وقت

اس قسم کے سوالات کام اور وقت کے متعلق ہوتے ہیں ۔
فرق صرف یہ ہے کہ بعض وقت ایک نالی خالی کرتی ہے ۔ اور
دوسری بھرتی ہے ۔ اس صورت میں دونوں کا فرق لینا پڑتا ہے
ورنہ کام کے اور وقت کے سوالوں کی طرح کام کو جمع کیا جاتا ہے
جیساکہ ذیل کی مثال سے واضح ہوجائیگا ۔

مثال :۔ ایک نالی ایک تالاب کو 20 گھنٹہ میں بھرتی ہے اور
دوسری 24 گھنٹہ میں خالی کرتی ہے ۔ اگر تالاب خالی ہو تو کتنی
دیر میں بھرجائیگا ؟ ۔

پہلی نالی کا ایک گھنٹے کام = $\frac{1}{20}$ } اب پتہ لگتا ہے۔ کہ ایک نالی
دوسری 〃 〃 〃 $\frac{1}{24}$ } کل تالاب کا $\frac{1}{20}$ حصہ ایک گھنٹہ
میں بھر دیتی ہے۔ اور اُس کے ساتھ ساتھ اُتنے ہی عرصے میں
دوسری نالی $\frac{1}{24}$ حصہ ایک گھنٹہ میں تالاب کا خالی کر دیتی ہے۔
اس لئے ایک گھنٹہ میں تالاب میں کچھ حصہ پانی کا بچ رہے گا۔
جو بچے گا = $\frac{1}{20} - \frac{1}{24} = \frac{6-5}{120} = \frac{1}{120}$ حصہ
پس ایک گھنٹہ میں $\frac{1}{120}$ حصہ تالاب کا بھر دیگی
∴ کل کام $1 \div \frac{1}{120} = 1 \times \frac{120}{1} = 120$ ، 120 گھنٹے میں بھر جائیگا۔

وقت اور فاصلہ

(کام اور وقت)

اس قاعدے میں رفتار فی گھنٹہ یا فی منٹ یا فی سکنڈ بتلائی جاتی ہے

فاصلہ طے کردہ = رفتار × وقت

وقت = $\frac{\text{فاصلہ}}{\text{رفتار}}$

رفتار = $\frac{\text{فاصلہ}}{\text{وقت}}$

مثال:۔ ایک شخص کی رفتار ۱۰ میل فی گھنٹہ ہے۔ کچھ فاصلہ $\frac{25}{4}$ گھنٹے میں طے کر لیا۔ بتاؤ کتنا سفر کیا

کل فاصلہ $= 10 \times \frac{25}{4} = \frac{125}{2} = 62\frac{1}{2}$ میل

(حل بطرز دیگر پڑتال): وقت $= \frac{125}{2} \times \frac{1}{10} = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4}$ گھنٹے

(۳) رفتار $= \frac{125}{2} \times \frac{4}{25} = 10$ میل فی گھنٹہ

ایک ہی مثال سے ہرسہ قاعدوں کی پڑتال ہوگئی۔ جو اچھی طرح سے ذہن نشین کر لی جاوے۔

بعض صورتوں میں دو مختلف مقاموں سے سفر ایک ہی نقطے کی طرف ہوتا ہے۔ یہ مخالف سمتوں کا سفر کہلاتا ہے۔

مقام ا ⟵ ⟶ ب مقام

بعض صورتوں میں سفر ایک ہی مقام سے ایک ہی سمت میں ہوتا ہے۔ لیکن کچھ وقفے کے بعد ہوتا ہے۔ جیسا کہ مقام ج سے ب د درخت کی طرف چلا:-

ا + ا گھنٹہ + ب

اس کے ایک گھنٹہ بعد ا بھی اسی طرف کو چلا یہ سفر ایک ہی طرف کا ہوتا ہے۔

قاعدہ مخالف سمتوں میں اگر ملیں۔ تو وقت = $\frac{\text{درمیانی فاصلہ}}{\text{رفتاروں کی حاصل جمع}}$

مثال ۱:- ا امرت سر سے ب لاہور سے 3، 5 میل فی گھنٹہ کی رفتار سے ایک ہی وقت ایک دوسرے کو ملنے کے لئے چلے، اگر فاصلہ 32 میل کا ہو۔ تو کب ملیں گے

بموجب قاعدہ = وقت = $\frac{\text{درمیانی فاصلہ}}{\text{رفتاروں کا مجموعہ}} = \frac{32}{5+3} = \frac{32}{8} = 4$ گھنٹے جواب

اگر سفر ایک ہی سمت میں ہو تو، وقت = $\frac{\text{درمیانی فاصلہ}}{\text{رفتاروں کا فرق}}$

مثال ایک چور کنسٹبل سے ۷ میل آگے ہے۔ اگر وہ 5 میل فی گھنٹہ کی رفتار سے بھاگ رہا ہو۔ اور کنسٹبل ۷ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے پکڑنے کے لئے دوڑتا ہو۔ تو بتاؤ سپاہی چور کو کب پکڑ سکے گا۔

حل:- یہ ظاہر ہے کہ درمیانی فاصلہ ۷ میل ہے اور رفتاروں کا فرق

دو میل ہے
اس لئے وقت = $\frac{4}{2}$ = 2 گھنٹہ میں چور کو پکڑ لے گا۔

ریل گاڑی

کام اور وقت

ریل گاڑیاں یا تو ایک دوسری کے مخالف سمتوں میں چلتی ہیں یا ایک دوسری کے ساتھ ساتھ (ایک ہی سمت میں) فاصلہ اور وقت کے قاعدے کے مطابق حل کئے جاتے ہیں۔ لیکن عام طور گاڑیوں کی لمبائی جدا گانہ دی ہوئی ہوتی ہے۔ اور رفتار بھی دی جاتی ہے یا تو گاڑیاں ایک ہی سمت میں ایک کم رفتار سے اور دوسری تیز رفتار سے جا رہی ہوتی ہیں۔ یا مخالف سمت میں جاتی ہوتی ہیں۔ اور وقت قابل دریافت ہوتا ہے۔ کہ ایک دوسری کے پاس سے کتنی دیر میں گزر جائے گی۔ یاد رکھو ایسے سوالات میں گاڑیوں کی لمبائی ہر دو صورتوں (خواہ ایک ہی سمت میں جا رہی ہوں۔ خواہ مخالف سمتوں میں) میں جمع کی جاتی ہے

(۱) اگر مخالف سمتوں سے جا رہی ہوں تو ایک دوسری کے گزر جانے کو کتنا وقت لگے گا

وقت = $\frac{\text{دونو گاڑیوں کی لمبائی}}{\text{دونو گاڑیوں کے رفتاروں کا مجموعہ}}$

(۲) اگر ایک ہی سمت میں جا رہی ہوں ایک کی رفتار تیز اور دوسری کی سست رفتار سے تو کتنی دیر میں عبور کر جائیگی

وقت = $\frac{\text{دونوں گاڑیوں کی لمبائی}}{\text{دونوں گاڑیوں کی رفتاروں کو فرق}}$

(3) اگر کسی ساکن چیز یعنی (کھمبے) وغیرہ کو عبور کرنا ہو۔ جبکہ گاڑی ایک ہی ہو۔ } وقت = $\frac{\text{گاڑی کی لمبائی} \times \text{اکائی وقت رفتار}}{\text{رفتار}}$

نوٹ :۔ اگر کسی گاڑی نے کسی لمبی چیز مثلاً مکان وغیرہ جو کہ ساکن ہو۔ کے پاس سے گزرنا ہو۔ تو گاڑی کی لمبائی میں اس جگہ کی لمبائی شامل کر کے کل لمبائی گاڑی کی رکھلو۔

مثال نمبرا } اگر دو گاڑیاں جن میں سے ایک 80 فٹ اور دوسری 85 فٹ لمبی ہے۔ متوازی سڑکوں پر مخالف سمتوں میں 30، 24 میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جا رہی ہیں۔ بتاؤ ان کو ایک دوسری سے گزرنے میں کتنا وقت لگے گا۔

حل لمبائی گاڑی = 85+80 = $\frac{165}{3}$ = 55 گز

وقت = $\frac{55}{1760 \times 54} = 60 \times 60 \times \frac{1}{32 \times 54}$

$= \frac{25}{12} = 2\frac{1}{12}$ سیکنڈ

مثال نمبر ۲ = دو ریل گاڑیاں جن میں سے ایک 80 فٹ اور دوسری 85 فٹ لمبی ہے۔ متوازی سڑکوں پر ایک ہی سمت میں جا رہی ہیں۔ اُن کی رفتار 24 و 30 میل فی گھنٹہ ہے۔ بتاؤ تیز گاڑی کو سست گاڑی کے عبور کرنے میں کتنا وقت لگے گا۔

رفتاروں کا فرق = 30 - 24 = 6 میل

وقت جو لگیگا : $\frac{55}{1760 \times 6} = \frac{1}{192}$ گھنٹے $= 60 \times 60 \times \frac{1}{192} = \frac{75}{4}$

$18\frac{3}{4}$ سیکنڈ جواب

مثال نمبر ۳۔ ایک ریل گاڑی 240 فٹ لمبی ہے اور 20 میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جارہی۔ بتاؤ وہ ایک سڑک پر کھڑے ہوئے کھمبے کو کتنی دیر میں عبور کر جاوے گی

وقت $= \frac{240}{1760 \times 20} = \frac{1}{440}$ گھنٹے $= \frac{1}{440} \times 60 \times 60 = \frac{90}{11}$

$= 8\frac{2}{11}$ سیکنڈ جواب

نہر و کشتی

کام و وقت

اگر بہاؤ کے ساتھ ساتھ کشتی لے جانی ہو تو کشتی کی رفتار
= پانی کی رفتار فی گھنٹہ + بند پانی میں پانی کی رفتار فی گھنٹہ
اگر بہاؤ کے برخلاف کشتی لے جانی ہو۔ تو کشتی کی رفتار
= بند پانی میں کشتی کی رفتار فی گھنٹہ - پانی کی رفتار فی گھنٹہ

دیوالیہ

اگر کسی آدمی کا قرضہ اس کی جائداد سے بڑھ جاوے تو وہ شخص عدالت میں درخواست دے کر اپنے قرضخواہوں کو اس بات پر مجبور کرتا ہے۔ کہ وہ اپنے زیادہ قرضہ کو میری تھوڑی سی جائداد سے حصہ رسدی وصول کر لیں۔ اس کو دیوالیہ بولتے ہیں۔

شرح فی روپیہ جو دیوالیہ ادا کر سکتا ہے $=$ $\frac{\text{کل جائداد}}{\text{کل قرضہ}}$

جائداد = کل قرضہ × شرح فی روپیہ

قرضہ = جائداد ÷ شرح فی روپیہ

مثال ایک دیوالیہ کا قرضہ 7880 روپے ہے۔ اس کی جائداد 1231½ روپے کی ہے۔ بتاؤ وہ فی روپیہ کیا ادا کر سکتا ہے۔

شرح = $\frac{4925}{4} \div 7880 = \frac{4925}{4} \times \frac{1}{7880} = \frac{985}{6304}$ روپیہ

$$985 \times 16 = 15760$$

$$6304 \,)\, 15760 \,(\, 2$$
$$12608$$
$$3152 \times 12 = 37824$$

$$6304 \,)\, 37824 \,(\, 6$$
$$37824$$
$$\times$$

۲ر ۶ پائی فی روپیہ ادا کر سکتا ہے

شراکت

شراکت کے معنے ملکر کام کرنے کے ہیں۔ یہ وہ قاعدہ ہے۔ جس کے ذریعے مختلف آدمیوں میں جو کسی کام میں شریک ہوتے ہیں۔ نفع یا نقصان تقسیم کیا جاتا ہے۔ شراکت دو قسم کی ہوتی ہے۔ (۱) مفرد (۲) مرکب

مفرد: میں مختلف شریک ایک ہی مدت کے لئے سرمایہ لگاتے ہیں

مرکب: میں مختلف شریک مختلف وقتوں میں سرمایہ لگاتے ہیں

مثال تین شخصوں نے ایک کام میں 700، 1000، 1600 روپے لگائے۔ ایک سال کے بعد اس میں 165 روپے منافع رہا۔ تو بتاؤ ہر ایک کو کیا ملا۔

حل :- کل سرمایہ = ۷۰۰ + ۱۰۰۰ + ۱۶۰۰ = ۳۳۰۰ روپے۔

فی روپیہ منافع جو رہا = $\frac{165}{3300} = \frac{1}{20}$ روپیہ

پہلے کا منافع $\frac{1}{20} \times 700 = 35$ روپے
دوسرے کا " $\frac{1}{20} \times 1000 = 50$ "
تیسرے کا " $\frac{1}{20} \times 1600 = 80$ "
جواب ۳۵، ۵۰، ۸۰ روپے

مثال اِ نے ۵۰۰ روپے ۱۱ ماہ کے لئے ب نے ۷۰۰ روپے ۹ ماہ کے لئے تجارت میں لگائے۔ کل منافع $265\frac{1}{2}$ روپے ہوا۔ ہر ایک کا جداگانہ منافع معلوم کرو۔

حل :- اِ کے پکے انک $500 \times 11 = 5500$ روپے
ب " " " $700 \times 9 = 6300$ "

کل مجموعہ = $5500 + 6300 = 11800$ روپے

فی روپیہ منافع $\frac{531}{2} \times \frac{1}{11800} = \frac{531}{23600}$ روپے

اِ کا منافع $\frac{531}{23600} \times 5500 = \frac{495}{4} = 123 - 12$ روپے آنہ اِ کا حصہ

ب کا منافع $\frac{531}{23600} \times 6300 = \frac{567}{4} = 141 - 12$ روپے آنہ ب کا حصہ
جواب۔

آمیزش

آمیزش کے معنے ملنے کے ہیں۔ یعنی دو چیزوں کا ملکر مرکب بن جانا آمیزش کہلاتا ہے۔

آمیزش کے سوالوں میں پہلے نفع یا نقصان کو نکال دیا جاتا ہے،

پھر نفع اور نقصان کو برابر کر لیتے ہیں۔ اس قاعدے میں سمجھ زیادہ درکار ہے۔

مثال۔ گھٹیا چائے کا نرخ 12/ فی پونڈ اور بڑھیا کا نرخ 18/ فی پونڈ ہے۔ بتاؤ چائے کس نسبت سے ملائی جاویں تاکہ 1عہ/ فی پونڈ کے حساب سے فروخت کرنے سے 20 % منافع ہو۔

حل نفع اگر نہ ہو تو قیمت فروخت $= 20 \times \frac{100}{120} = \frac{50}{3}$

12/ فی پونڈ والی $\frac{50}{3}$/ فی پونڈ فروخت کرنے سے

نفع $= 4\frac{2}{3}$/ فی پونڈ یا 56 پائی

18/ فی پونڈ والی $\frac{50}{3}$/ فی پونڈ فروخت کرنے سے

نقصان $1\frac{1}{3}$/ فی پونڈ یا 16 پائی

گھٹیا چائے 12/

بڑھیا " 18/

آمیزش $\frac{50}{3}$/

نقصان $= 18 - \frac{50}{3} = \frac{4}{3}$

نفع $= \frac{50}{3} - 12 = \frac{14}{3}$

$\frac{4}{3} : \frac{14}{3} = 4 : 14$ یا

$7 : 2$

ایک پونڈ گھٹیا چائے بیچنے سے 56 پائی نفع ہوتا ہے۔ اور
" " بڑھیا " " 16 " نقصان " " تو اب خیال
کرو کہ ان کو کس نسبت سے ملایا جاوے کہ کچھ نفع نقصان نہ ہو۔
56 پائی کے نفع کو 16 پائی کا نقصان $3\frac{1}{2}$ پونڈ بڑھیا چائے کا
نقصان پورا کرے گا۔ گویا کہ گھٹیا ایک پونڈ کا نفع 56 پائی اور
بڑھیا $3\frac{1}{2}$ پونڈ کا نقصان 56 پائی ہوگا۔ جو برابر ہوگا پس گھٹیا
1 پونڈ اور بڑھیا $\frac{7}{2}$ پونڈ ملائی جاوے
یا نسبت یہ ہوئی $2 : 7$ جواب

مثال 2 اگر 3/ سیر کے دودھ میں 16 سیر پانی ملا کر $2\frac{1}{2}$/ سیر بیچنے سے کچھ نفع نقصان نہ ہو۔ تو بتاؤ دودھ کتنے سیر ہے۔

حل دودھ فی سیر نقصان $= \frac{1}{2}$/ } پانی کا فی سیر منافع $\frac{5}{2}$/

ایک سیر پانی کے نفع کو پورا کرنے کے لئے 5 سیر دودھ کا نقصان شامل ہو۔ تو نفع و نقصان کچھ نہیں ہوتا۔
پس پانی ۱ : 5 دودھ جواب

مثال نمبر ۳ ۔ تین مساوی گلاسوں میں شراب اور پانی ذیل کی نسبت سے ملے ہیں۔ پہلے میں 2 : 3 دوسرے میں 3 : 4 تیسرے میں 4 : 5 ہے۔ اگر تینوں گلاسوں کو ایک برتن میں جمع کیا جاوے۔ تو شراب اور پانی کی نسبت معلوم کرو؟

پہلے گلاس میں شراب کل کا $\frac{2}{5}$ حصہ دوسرے میں $\frac{3}{7}$ حصہ
تیسرے " " " $\frac{4}{9}$ حصہ

پہلے گلاس میں پانی کل کا $\frac{3}{5}$ حصہ دوسرے میں $\frac{4}{7}$ حصہ
تیسرے میں " " $\frac{5}{9}$ حصہ ہے

کل شراب = $\frac{2}{5}+\frac{3}{7}+\frac{4}{9} = \frac{140+135+126}{315} = \frac{401}{315}$ حصہ

کل پانی $\frac{3}{5}+\frac{4}{7}+\frac{5}{9} = \frac{175+180+189}{315} = \frac{544}{315}$ حصہ

کل نسبت شراب اور پانی میں $\frac{401}{315} : \frac{544}{315}$ طرفین کو 315 میں ضرب دو تاکہ صحیح عدد بن جائے۔
401 : 544 جواب

جسامت

کسی مکعب یا مکعب نما کی جسامت نکالنے کے لئے طول × عرض × بلندی کرتے ہیں۔ دیگر کلیات مجسمات کے لئے دیکھو :۔ کلیات جیومیٹری ۔

قاعدہ ۔ سطح کا رقبہ × بلندی = جسامت شے

نوٹ :۔ بعض بے ڈول چیزوں کی جسامت میرنگ سلنڈر کے ذریعے یا تول کر معلوم کرتے ہیں۔

تول کر جسامت :۔ $\frac{\text{بے ڈول چیزوں کا وزن}}{\text{کسی مکعب کا وزن}}$ × مکعب کی جسامت = بے ڈول چیزوں کی جسامت

نوٹ :۔ اس قاعدے سے جسامت معلوم کرنے کے لئے مکعب بھی اسی دھات کا ہو۔ جس دھات سے کہ بے ڈول چیز بنی ہے۔ فقط

سود در سود

کسی رقم کے اصل زر میں کسی خاص مدت کا سود جمع کرکے پھر اُتنی اتنی ہی مدت کے بعد سود کو اس کل حاصل شدہ کلنہ میں جمع کرتے جانا سود در سود کہلاتا ہے۔

جیسا کہ کسی رقم کا سود کسی متعینہ مدت کے بعد ادا کر دیا جاتا ہے۔ اگر سود ہر سال مدت معینہ تک کا ادا نہ کیا جاوے۔ تو اصل زر میں وہ ایک سال کا سود ملاکر جو حاصل جمع ہو اس پر مقررہ شرح سے پھر سود لگایا جاوے اور کچھ مدت تک یہی طریقہ جاری رہے تو اس قسم کے سود پر سود کے ایزاد ہوتے رہنے کو سود در سود بولتے ہیں

قاعدہ (۱) کل زر = اصل زر × $\frac{\text{شرح} + 100}{100}$ × $\frac{\text{شرح} + 100}{100}$ × $\frac{(\text{شرح} + 100)}{100}$ علیٰ ہذا القیاس گویا کہ $\frac{\text{شرح} + 100}{100}$ سے اتنی

دفعہ ضرب دو۔ جتنی کہ تعداد سال ہائے ہے۔ گویا کہ پہلے ایک روپے کا کل زر ایک سال کا معلوم کرو۔ پھر دئے ہوئے اصل زر کو اسی کل زر کے ساتھ اتنی دفعہ ضرب دو۔ جتنی کہ سالوں کی تعداد ہو۔ حاصل ضرب کل زر مطلوب ہوگا۔

سود در سود = کل زر - اصل زر

قاعدہ 2:۔ اصل زر کو شرح سے ضرب دے کر ۱۰۰ پر تقسیم کرتے جائیے۔ اور خارج قسمت میں اصل زر جمع کرتے جائیے۔ پھر حاصل جمع سے شرح کو ضرب دیتے اور اصل زر جمع کرتے جائیے۔ حتی کہ اتنی دفعہ ضرب ہو جتنی کہ سالوں کی تعداد ہے۔

مثال:۔ موتی نے ۴۰۰۰ روپے 5 شرح سے ۴ سال کے لئے قرض لئے۔ بتاؤ سود در سود کیا ہے۔ اور حساب بیباق کرنے کے لئے موتی کو کیا دینا پڑے گا۔

طریق اول

$$5+100 = 105$$

$$4000 \times \frac{105}{100} \times \frac{105}{100} \times \frac{105}{100} \times \frac{105}{100} = \frac{194481}{40}$$

(کٹے ہوئے اعداد: ۴۰۰۰ → ۱، ۱۰۵ → ۲۱، ۱۰۰ → ۲۰)

روپے	آنے	پائی	
4862	0	$4\frac{4}{5}$	کل زر =
4000	0	0	اصل زر
862	0	$4\frac{4}{5}$	سود در سود

نوٹ:۔ اگر شرح سہ ماہی یا ششماہی ہو اور مدت میں سال ہوں۔ تو سہ ماہیاں یا ششماہیاں وغیرہ بنالو اور ان کی تعداد کے برابر ضرب دے لو

نوٹ نمبر 2 :- اگر شرح سالانہ ہو اور سالوں میں $2\frac{1}{2}$ سال وغیرہ ہوں تو دو سال کی شرح سالم اور $\frac{1}{2}$ سال کی شرح نصف رکھ کر کل زر معلوم کرکے ضرب دیدو

طریق دوم سے } پہلے سال کا اصل زر = 4000

5

" " سود = 200.00

4000

دوسرے سال کا اصل زر = 4200 پہلے سال کا کل زر

5

" " سود = 210.00

4200

تیسرے سال کا اصل زر = 4410 دوسرے " "

5

" " سود = 220.50

4410

چوتھے سال کا اصل زر = 4630.50 تیسرے سال کا "

5

" " سود = 231.5250

4630.50

" " کل زر 4862.0250 کل زر

اصل زر 4000

سود در سود 862.0250

مثال نمبر ۲ چار سو روپے کا سود در سود 4 شرح سے $2\frac{1}{2}$ سال کا معلوم کرو؟

طریق اول = 100 + 4 = 104

$\therefore \frac{102 \times 104 \times 400}{100 \times 100} = \frac{10608}{25} =$ { پائی - آنہ - روپیہ

کل زر $424 - 5 - 1\frac{11}{25}$

اصل زر 400

سود در سود $24 - 5 - 1\frac{11}{25}$

طریق دوم ۔ اصل زر 400
$\frac{4}{}$
پہلے سال کا سود = 16.00
400
دوسرے سال کا اصل زر = 416 پہلے سال کا کل زر
2
$\frac{1}{2}$ سال کا سود = 8.32
4.16
کل زر $\frac{1}{2}$ ۱سال کا 424.32 روپے
جواب

جذر

کسی عدد مفروض کے جذر سے مراد یہ ہے ۔ کہ اس کا مربع عدد مفروض کے برابر ہو ۔ جذر کی علامت = $\sqrt{\ }$ یہ ہے
مثلاً 25 کا جذر 5 ہے ۔ اس لئے 5 کا مربع = 25 کے برابر ہے
یعنی 5 × 5 = 25 جواب

جذر کے دو طریقے ہیں (۱) بذریعہ اجزائے ضربی
۲ ۔ بذریعہ تقسیم ۔ اب ہم ان ہردو قاعدوں کا ذکر کرتے ہیں ۔

(۱) بطریق اجزائے ضربی + جس عدد کا جذر لینا مطلوب ہو ۔ اس کے نہایت چھوٹے چھوٹے اجزائے ضربی بنالو ۔ پھر ایک ہی مقدار کے ہندسوں کے جوڑے جوڑے بنالو ۔ اور اُن جوڑوں میں سے ایک ایک ہندسہ لے کر اُن سب کو علیحدہ علیحدہ لکھ کر آپس میں ضرب دیدو ۔

مثال 2304 کا جذر معلوم کرو = اجزاء = 144 × 16 = 8 × 18 × 16 =
$8 \times 9 \times 2 \times 4 \times 4 = \frac{1}{4 \times 4} \times \frac{2}{2} \times \frac{3}{3 \times 3} \times \frac{4}{2 \times 2 \times 2}$ = اب

ان کے جوڑے نکالو - ان جوڑوں میں سے ایک ایک عدد لے کر باہم ضرب دیدو - 4 × 2 × 3 × 2 = 48 جواب

(۲) **بطریق تقسیم** } پہلے دائیں طرف سے تمام ہندسوں کے جوڑے بنالو - اگر آخر میں ایک ہندسہ بچے - تو ایک ایسا ہندسہ معلوم کرو - جسکو اگر اُسی ہندسے سے ضرب دی جاوے تو عدد سے کم رہ جاوے - اگر ایک ہندسہ نہ بچے تو آخری جوڑا لے کر اُس پر یہی عمل کرو -

```
 4) 23 04 (48
    16
88)  704 (8
     704
      ×
```

مثال مذکور میں 23 پر عمل کیا ہے - 4×4 اگر 5 کا ہندسہ لے لیتے تو 5 × 5 = 25 بڑھ جاتے 23 سے تفریق کرنے کے بعد باقی 7 رہے - پھر دو ہندسے (اگلا جوڑا) اتارا 704 ہوئے - اور خارج قسمت کا دو چند کرکے یعنی 4 × 2 = 8 کو بائیں طرف رکھا - اس کے دائیں طرف ایک ایسا عدد رکھا کہ اگر اس بنے ہوئے عدد کو اس نئے ہندسے سے ضرب دی جاوے - تو حاصل ضرب مقسوم سے نہ بڑھے - بلکہ پوری مقسوم کے برابر ہو - پس خارج قسمت تمام جذر ہوگا - مشق سے اور ذیل کی مثال سے یہ قاعدہ اچھی طرح سے ذہن نشین ہو جائیگا -

مثال نمبر ۲ - 15625 کا جذر ہر دو طریق سے لو

بطریق اجزاء ضربی = $\overline{5\times5}\ \overline{5\times5}\ \overline{5\times5}$ = 5 × 5 × 5 = 125 جواب

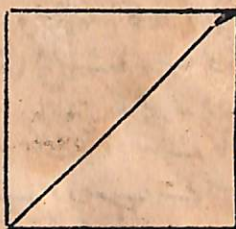
(طریق دوم)

```
 1) 1 56 25 (125
    1
22)  56
     44
245) 1225
     1225
       +
```

125 جواب

نوٹ:- جو ہندسہ مقسوم علیہ میں بڑھاتے جاؤ۔ وہی خارج قسمت میں بھی دائیں طرف (اکائی) کے درجے پر لکھتے جاؤ۔

سوال بالا میں پہلے ایک کے اجزاء بنائے۔ جو پورا تقسیم ہوا پھر خارج قسمت کو دو چند کیا۔ اور اگلا جوڑا لیا۔ ایک عدد 2 معلوم کیا۔ پھر تمام مقسوم کو 2 سے ضرب دی۔ باقی 12 رہے اور اگلا جوڑا اتارا۔ کل 1225 بنے خارج قسمت کو دو چند کیا 24 ہوئے۔ اب ایک عدد 5 معلوم کیا۔ پہلے اُسے مقسوم علیہ میں لکھا۔ تو مقسوم علیہ 245 ہو گیا۔ پھر خارج قسمت میں لکھا۔ تو عمل پورا کیا۔ پس خارج قسمت 125 حاصل ہوا۔ پس یہی جذر ہے۔ جواب 125

کلیاتِ تجربی ہندسہ

(ا) مربع وہ شکل ہے۔ جس کے چاروں ضلعے برابر اور چاروں زاویہ قائمے ہوں

(ب) مربع کا رقبہ = ضلع × ضلع یا $\frac{\text{وتر} \times \text{وتر}}{2}$

(ج) مربع کا وتر = ضلع × 1.4142 یا $\sqrt{\text{ضلع}^2 \times 2}$

(د) مربع کا ضلع = $\sqrt{\text{رقبہ}}$

(ہ) مربع کا پیری میٹر = ضلع × 4

(۳) ا۔ مستطیل وہ شکل ہے۔ جس کے چاروں زاویے قائمے اور مقابل کے دو دو ضلع برابر ہوں۔

ب۔ مستطیل کا رقبہ = طول × عرض

ج۔ طول = رقبہ/عرض، عرض = رقبہ/طول

د۔ مستطیل کا پیری میٹر = (طول + عرض) × 2

(۳) کمرے کی چار دیواری کا رقبہ (طول + عرض) × 2 × بلندی،

بلندی = رقبہ/پیری میٹر

(4) چھت یا فرش کا رقبہ = طول × عرض

(5) زاویے (ا) قائمہ۔ جس میں ۹۰ درجے ہوں اسکو قائمہ کہتے ہیں

(ب) منفرجہ۔ جو زاویہ قائمہ سے چھوٹا ہو۔ ~~بڑا ہو~~

ج حادہ یا آبٹیوس:۔ جو قائمے سے بڑا اور دو قائموں سے چھوٹا ہو:۔

جیسے یہ ....

د سپلمینٹ:۔ جب کوئی سے دو زاویوں کا مجموعہ دو قائموں کے برابر ہوتا ہے۔ تو ان میں سے ہر ایک کو دوسرے کا سپلمینٹ بولتے ہیں۔ اور یہ دونو زاویے ایک دوسرے کے سپلمنٹری زاویے کہلاتے ہیں۔

ہ۔ کاپنلمنٹری۔ جب زاویوں کا مجموعہ ایک قائمے کے برابر ہوتا ہے۔ تو وہ زاویے کاپنلمنٹری کہلاتے ہیں۔ اور ایک زاویہ

دوسرے کا کامپلیمنٹ کہلاتا ہے۔

(ہی) معکوس یا کانجوگیٹ وہ زاویہ ہے
جس کی مقدار دو قائموں سے زیادہ ہو

(6) چوکور کا رقبہ = ا طول کے دونو ضلعوں کا مجموعہ × عرض کے دونو ضلعوں کا مجموعہ
/ 2 × / 2

یا

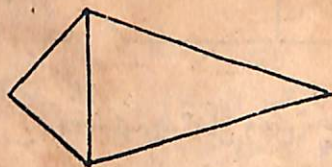
(ب) وسطی طول × وسطی عرض

ج تکونوں میں تقسیم کرکے رقبہ نکالو۔ (دیکھو قاعدہ رقبہ تکون)

(7) ٹریپیزائڈ یا ذوذنقہ کا رقبہ = ا متوازی ضلعوں کا مجموعہ × عمود
/ 2

(ب) عمود = رقبہ ÷ نصف مجموعہ متوازی
اضلاع کا

(8) رامبس کا رقبہ = دونو وتروں کی حاصلضرب
/ 2

(9) پتنگ یا کائٹ کا رقبہ
دونوں وتروں کی حاصل ضرب
/ 2

متوازی الاضلاع

(۱۰) ا- متوازی الاضلاع کا رقبہ = قاعدہ × عمود یا ارتفاع

(ب) ارتفاع متوازی الاضلاع = $\frac{\text{رقبہ}}{\text{قاعدہ}}$

(ج) قاعدہ " " = $\frac{\text{رقبہ}}{\text{ارتفاع}}$

60 60 60

(د) اگر زاویہ ۶۰° کا ہو - تو اندر ایکوی لیٹرل تکون بنا کر عمود معلوم کرو-

60 ۱۵۰ 30 60

(س) اگر زاویہ ۳۰° کا ہو تو باہر تکون بنا کر عمود معلوم کرو -

س اگر زاویہ 45° درجے کا ہو - تو بطریق قائم الزاویہ تکون عمود معلوم کرو -

یعنی ضلع کو $\sqrt{2}$ پر تقسیم کرو - وہ عمود ہوگا-

تکون

(۱۱) تکون کی چار قسمیں ہوتی ہیں

(۱) غیر متساوی الاضلاع (2) ایکوی لیٹرل (3) آئیسوسیلس (4) قائم الزاویہ -

(12) تکون کا رقبہ = $\frac{\text{قاعدہ × عمود}}{2}$

(۱۳) غیر متساوی الاضلاع تکون کا رقبہ = تینوں ضلعوں کا نصف مجموعہ لیکر ہر سہ اضلاع فرداً فرداً تفریق کرو-

پھر نصف مجموعہ اضلاع ضرب حاصل تفریق اضلاع پھر حاصل ضرب کا جذر لو

نصف مجموعہ اضلاع × حاصل تفریق ضلع × حاصل تفریق ضلع × حاصل تفریق ضلع

(14) (ا) آئیسوسلیس تکون کا رقبہ = $\frac{\text{قاعدہ × عمود}}{2}$

نوٹ: اگر اضلاع معلوم ہوں۔ تو عمود نکالنے کے لیے دیکھو طریق قائم الزاویہ تکون)

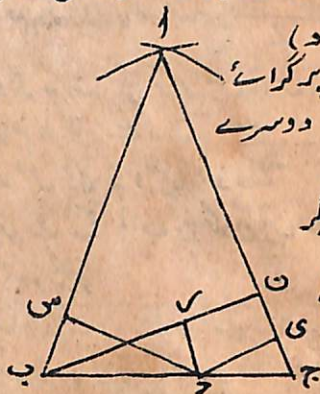
(15) اگر قاعدے کے کسی نقطے سے دونو ضلعوں پر عمود گرائے جاویں۔ تو دونوں عمودوں کا مجموعہ قاعدے کے کسی اور نقطے سے ضلعوں پر گرائے ہوئے عمودوں کے مجموعے برابر ہوگا + (ثبوت دیکھو)

ب ج سے جتنے عمود دونوں اضلاع پر گرائے جاویں گے۔ ان ہر دو کا مجموعہ دوسرے ہر دو عمودوں کے برابر ہوگا۔

س د + د ی = ب ن کے یا دیگر عمودوں کے

د ر ب تکون = د س ب تکون کے

∴ ر ب = س د کے
ر د = ن ی کے

پس س د + د ی = ن ب کے

(16) (ا) ایکوی لیٹرل تکون کا رقبہ = $\frac{\text{ضلع × ضلع × } .866}{2}$

(ب) عمود = $\frac{\text{رقبہ × } 2}{\text{ضلع}}$

(17) اگر ایکوی لیٹرل تکون کے نقطہ وسط یا اندر کوئی سا نقطہ لیکر اگر تینوں ضلعوں پر عمود کھینچے جاویں۔
تو ہر سہ عمودوں کا مجموعہ بڑے اور اصلی عمود کے برابر ہوگا +

ثبوت ۱: ا م ج تکون کا رقبہ
= (اج × م س) / 2

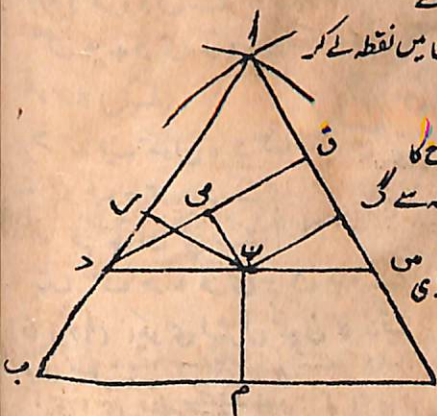
ج م ب تکون کا رقبہ
= (ج ب × د م) / 2

ا م ب تکون کا رقبہ = (اب × م ر) / 2

چونکہ ہر سہ ضلع برابر ہیں۔ اس لئے رقبہ تکون = (ضلع × ہر سہ عمودوں کی حاصل جمع) / 2

عام طریق سے رقبہ = (ضلع × عمود) / 2 پس ثابت ہوا کہ ہر سہ عمودوں
حاصل جمع = اصل عمود کے

ثبوت ۲: اب ج تکون میں نقطہ لے کر
عمود کھینچو

بناؤ ط ن نقطے سے ب ج کا
متوازی کھینچو۔ اور د نقطہ سے گ
گ ن کا متوازی د ق اور
ن نقطے سے ج ا کا متوازی
ن ص بناؤ۔
گ ن = ق ص کے
(خطوط متوازی کے درمیان ہے

ن د د = ن ص د کے قائے ہیں
ص ن د = گ۔ س ن متوازی خطوں سے بنتے ہیں۔
گ س ن = ۷ د ن کے کیونکہ ب ج کا متوازی د س ہے۔
∴ ۷ د ن = ص ن د
ن د Δ ہر دو تکونوں میں مشترک ہے
∴ ص ن د مثلث = ی ا ن د تکون کے۔ تو
ص د = ۷ ن کے چونکہ ۷ ن عمود ہے
∴ ق د = ن ۷ + گ ن عمود کے ان میں م ن عمود کو زیادہ کیا۔ تو مجموعہ ہر سہ عمودوں کا بڑے عمود کے برابر ہو گیا۔ چونکہ اس د تکون ایکوی لیٹرل تکون ہے۔ اس کے تمام عمود یکساں ہوں گے۔ د ق اس کا عمود ہے۔ اگر اس کو م ن میں زیادہ کریں گے۔ تو تمام کل عمود ہو جائیگا۔

کلیات عام تکونوں کے متعلق متشابہ

ہونے کی صورتیں

---

(18) اگر مثلث کے تینوں زاویے دوسرے مثلث کے تینوں زاویوں سے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوں۔ تو مثلث متشابہ ہوں گے۔

19 اگر مثلث کے تینوں ضلعے دوسری مثلث کے تینوں ضلعوں سے اپنی اپنی نظیر کے مطابق کوئی خاص نسبت رکھتے ہوں۔

تو مثلث متشابہ ہوں گی

(20) اگر دو ضلعے اور درمیانی زاویہ دوسری مثلث کے اپنی اپنی نظیر کے یا ویسے ہی ضلعوں سے کوئی خاص نسبت رکھتے ہوں۔ تو مثلث متشابہ ہوں گے۔

(21) دو متشابہ مثلثوں کے اضلاع متناظرہ کے مربعوں میں جو نسبت ہوتی ہے۔ وہی ان کے رقبوں میں ہوتی ہے

(22) دو متشابہ مثلثوں کے عمودوں کے مربعوں میں جو نسبت ہوتی ہے۔ وہی ان کے رقبوں میں ہوگی +

(23) قائم الزاویہ اگر تکون کے زاویہ قائمہ سے اگر عمود وتر پر گرایا جاوے۔ تو دو متشابہ مثلث پیدا ہوتے ہیں۔

(24) مثلث کے کسی زاویہ کی تنصیف کرنے والا خط قاعدے کی اسی نسبت سے تقسیم کرے گا۔ جو نسبت کہ اسکو گھیرنے والے ضلعوں میں ہوگی۔

(25) اگر کسی مثلث کے ایک ضلعے کے نقطہ وسط سے کوئی قاعدے کا وسط کھینچا جاوے تو وہ دوسرے ضلعے کی بھی تنصیف کر دیتا ہے۔ نیز دونو ضلعوں کے نقاط تنصیف کو ملانے والا خط قاعدہ کا متوازی ہوا کرتا ہے۔

26 (ا) جو نسبت متشابہ تکونوں کے رقبوں میں ہوگی۔ وہی نسبت اُن کے اضلاع متناظرہ کے مربعوں میں یا عمودوں کے مربعوں میں ہوگی۔

27 متشابہ تکونوں کے عمودوں میں وہی نسبت ہوگی۔ جو کہ ان کے اضلاع متناظرہ کے مربعوں میں ہوگی۔

قائمہ الزاویہ تکون کے متعلقہ اُصول

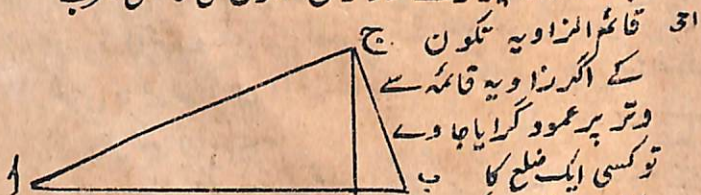
27 قائم الزاویہ تکون کا رقبہ = $\frac{\text{قاعدہ} \times \text{عمود}}{2}$ یا عمود = $\frac{\text{رقبہ} \times 2}{\text{قاعدہ}}$

(28) ا- قائم الزاویہ تکون میں قاعدے کا مربع + عمود کا مربع = وتر کے مربع کے

(ب) اگر وتر اور عمود معلوم ہوں - تو عمود = $\sqrt{\text{وتر کا مربع} - \text{قاعدے کا مربع}}$

ج- اگر وتر اور عمود معلوم ہوں - تو قاعدہ = $\sqrt{\text{وتر کا مربع} - \text{عمود کا مربع}}$

(29) اگر قائم الزاویہ تکون کے زاویہ قائمہ سے وتر پر عمود گرایا جاوے - تو وتر کے دونوں حصوں کی حاصل ضرب عمود کے مربع کے (جذر لے کر عمود بھی معلوم ہو سکتا ہے)۔

(30) قائم الزاویہ تکون کے زاویہ قائمہ سے جو عمود وتر پر گرایا جاوے = $\sqrt{\text{وتر کے دونوں حصوں کی حاصل ضرب}}$

31 قائم الزاویہ تکون کے اگر زاویہ قائمہ سے وتر پر عمود گرایا جاوے تو کسی ایک ضلع کا مربع = وتر تکون × اسی طرف کے حصے کی حاصل ضرب کے

جیساکہ $(\text{ب ج})^2$ = (اب × ب د) اور $(\text{اج})^2$ = (ج ا × ا د) کے

(32) اگر قائم الزاویہ تکون کے زاویہ قائمہ سے تکون کے وتر کے نقطہ تنصیف میں خط ملایا جاوے - تو زاویے قائمے سے نقطہ پر ملائے ہوئے خط کی لمبائی = $\frac{\text{وتر}}{2}$

33 قائم الزاویہ تکون میں 45° کے مقابل کا ضلع اُ ہو - تو 90 کے

مقابل کا $\sqrt{2}$ ہو گا۔

(34) قائم الزاویہ تکون میں زاوئے قائمے کے گرد کے ضلعوں کی حاصل ضرب = وتر تکون × زاوے قائمے سے گرایا ہوا وتر پر عمود کے +

(35) اگر 30° کے مقابل کا ضلع ا ہو تو 45° کے مقابل کا $\sqrt{2}$ ہو گا۔ اور 60° کے مقابل کا $\sqrt{3}$ ہو گا۔

(36) اگر $22\frac{1}{2}^\circ$ کے مقابل کا ضلع ا ہو۔ تو $67\frac{1}{2}^\circ$ کے مقابل کا $1+\sqrt{2}$ اور 90° کے مقابل $\sqrt{4+2\sqrt{2}}$ ہو گا

$22\frac{1}{2}$ $\sqrt{2}$ $2\sqrt{}$ 1 45 90

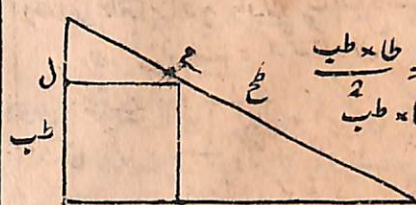
(37) اگر 15° کے مقابل کا ضلع ا ہو۔ تو 75 کے مقابل کا $(2+\sqrt{3})$ اور 90 کے مقابل کا $\sqrt{6}+\sqrt{2}$ ہو گا۔

(38) قائمہ الزاویہ تکون کے ضلعوں پر بنائے ہوئے دائرے جن کے نصف قطر ضلع ہیں + دائروں کے رقبوں کا مجموعہ اُس دائرے کے برابر ہو گا۔ جس کا کہ نصف قطر وتر تکون ہے۔

(39) قائم الزاویہ تکون کے ضلعوں پر اگر نصف دائرے بنائے جاویں۔ اور قاعدے اور عمود پر بنائے ہوئے نصف دائروں کا رقبہ وتر پر بنائے ہوئے نصف دائرے کے برابر ہو گا (یاد رہے کہ اب اضلاع قطر دائرہ رکھے گئے ہیں۔

(40) قائمہ زادیہ تکون کے اندر اگر بڑے سے بڑا مربع بنایا جاوے تو اس کا ضلع = $\frac{2 \times \text{رقبہ تکون}}{\text{قاعدہ} + \text{عمود}}$

ثبوت - کل رقبہ تکون = $\frac{\text{طا} \times \text{طب}}{2}$

جب دو تکونیں پیدا ہوئیں - تو رقبہ = $\frac{\text{طا} \times \text{ن م}}{2} + \frac{\text{طاب} \times \text{ل م}}{2}$

چونکہ م ل = م ن کے

اسلئے $(\text{طا} + \text{طب}) \times \frac{\text{م ن}}{2} = \frac{\text{طا} \times \text{طب}}{2}$

$\therefore (\text{طا} + \text{طب}) \times \text{م ن} = \text{طا} \times \text{طب}$

پس $\frac{\text{طا} \times \text{طب}}{\text{طا} + \text{طب}} = \text{م ن}$

چونکہ م ن ضلع ہے- مربع کا- پس کلیہ مذکور مکمل ہوا-

لوکس

(41) (ا) سمٹریکل + جو شکل کسی خط کے گرد برابر گردش کرے- سمٹریکل کہلاتی ہے -

(ب) جس خط کے گرد کوئی شکل گردش کرکے اسکو محور سمٹری اپنے نصف پر منطبق ہو جائے- تو اسے محور سمٹری کہتے ہیں

ج اگر کوئی نقطہ کسی خط سے ہمیشہ برابر فاصلے پر گردش کرے- تو اس راستے کو نقطے کا لوکس کہتے ہیں-

(42) ایک قاعدے پر مساوی رقبے کی تکونوں کے راس کا لوکس وہ دائرہ ہوگا- جس کا قطر قاعدہ تکون ہے -

(43) جو نقطہ نقاط معین سے ہمیشہ برابر فاصلے پر رہے- تو اس کا لوکس وہ خط مستقیم ہوگا- جو دونو نقاط کے ملانے والے خط کی تنصیف نادے قائموں پر کرتا ہے-

اس اصول سے مثلث کے گرد دائرہ بن سکتا ہے۔

44۔ یکساں فاصلہ رکھنے والے متوازی خطوں کو اگر ایک خط مستقیم قطع کرے تو اُس خط کے درمیانی تمام حصے باہم برابر ہوں گے۔

(45) مثلث کا نیا اصول۔ اگر کسی تکون کے زاویہ راس سے قاعدے پر عمود گرایا جاوے۔ تو عمود طریقہ ذیل پر معلوم کیا جاتا ہے

ا
13 15
ب 5 9 ج
14

مثال ایک تکون کے اضلاع 13، 14، 15 سم میں عمود معلوم کرو۔

$(15)^2 - (13)^2$ = قاعدے کے دونو حصّوں کے مربعوں کا فرق کے

(13+15)(13-15) (ج د + د ب)(ج د - د ب)

(ج د - د ب)(14) = 2 × 28

(ج د - د ب) = 56 ÷ 14 } اب مجموعہ 14 ہے

(ج د - د ب) = 4 } فرق 4 ہے

نصف = 14 - 4 = $\frac{10}{2}$

= 5، 5 + 4 = 9 جواب

اب عمود = $(15)^2 - (9)^2$ = 225 - 81 = $\sqrt{144}$ = 12 عمود

اصول اخذ ہوا۔ اگر کسی تکون کے زاویہ راس سے قاعدے پر عمود گرایا جاوے۔ تو قاعدے کے ہر دو حصص کے مربعوں کا فرق = راس زاویے کے گھیرنے والے ضلعوں کے مربعوں کے فرق کے۔

(46) تکون کے تینوں ضلعوں کا مجموعہ اور قاعدے پر کے دو زاوے دیئے ہوئے ہیں۔ تکون بناؤ۔

مجموعہ اضلاع کے برابر قاعدہ لیکر زاویوں کے برابر زاوے بناؤ۔ پھر زاویوں کے تنصیف کرکے خط ملاؤ۔ جہاں خط ملیں اُس نقطہ سے اضلاع کے متوازی کھینچ دو۔ پس تکون مطلوبہ بن جائے گی۔

(ثبوت) ب ر^ س + س ر^ د = 2 قائمے۔

ب ر س تکون کے تینوں زاویوں کا مجموعہ 2 قائمے ہے۔

س ر^ د = ج ب^ ا کے

س ر^ د = س ب^ ر + ب س^ ر کے

پس س ب^ ر + ب ر^ س + ب س^ ر = 2 قائمے کے

س ر^ ب + س ر^ د = 2 قائمے

اسلئے س ب^ ر + ب س^ ر = س ر^ د

چونکہ س ب^ ر نصف ہے۔ اس لیے ب س^ ر بھی اس کے برابر ہوا

پس ب ر ضلع = س ر کے اس طرح ثابت ہو سکتا ہے۔ کہ س د = د ا کے پس تکون س ر^ د مطلوبہ تکون ہے۔

(نوٹ) اسی اصول پر مربع کا وتر اور ضلعوں کا مجموعہ معلوم ہو

تو مربع بن سکتا ہے

اُصول دائرہ

(47) دائرے کا رقبہ = نصف قطر × نصف قطر × $\frac{22}{7}$

(48) محیط = قطر × $\frac{22}{7}$

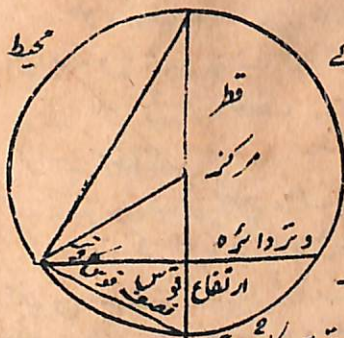
(49) قطر = محیط ÷ $\frac{22}{7}$

(50) نصف دائرے میں جو تکون واقع ہو اسکو قائم الزاویہ تکون کہا جا سکتا ہے

جو خط دائرے کے مرکز سے گزر کر محیط پر پہنچے۔ اُسے قطر دائرہ کہتے ہیں۔ یعنی محیط کے اندر جو لمبے سے لمبا خط مستقیم کھینچا جاوے۔ وہ قطر دائرہ کہلاتا ہے

(51) (ا)۔ دائرے کے وتر کی قائمہ زاویوں پر تنصیف کرنیوالے خط قوس کی تنصیف کرتے ہیں۔ اور وتر اور قوس کا درمیانی حصہ خط قوس کی بلندی یا ارتفاع کہلاتا ہے۔

(بلندی × باقی قطر = (نصف قطر)^2

(ب) جو خط نصف دائرہ سے کم حصے میں واقع ہو۔ اُسے وتر دائرہ کہتے ہیں

(52) اگر قطر دائرہ اور دائرے کے وتر کو قائمے زاویوں پر کاٹے تو وتر دائرہ = $\sqrt{\text{قطر کے دو ٹکڑوں کا حاصل ضرب}} \times 2$

(53) نصف قوس کا وتر = $\sqrt{\text{قطر × ارتفاع قوس}}$ یا

بلندی قوس × قطر = (نصف قوس کا وتر)^2

محیط

قطر

مرکز

وتر دائرہ

ارتفاع

قوس

نصف قوس

اگر نصف قطر کی وتر زاوئے قائموں پر تنصیف کرے تو نصف قوس کا وتر بھی نصف قطر کے برابر ہو گا۔

(55) اگر وتر قوس کے سامنے محیط پر کوئی زاوئے پیدا ہوں تو وہ سب وتر کے سامنے کے مرکزی زاوے سے نصف ہوں گے۔

(56) دائرے کے وتر کے سامنے کے تمام زاوئے جو وتر کے انجاموں کو محیط پر ملانے سے بنیں۔ وہ سب برابر ہوں گے۔

(57) اگر نصف قطر برابر ہوں۔ تو دائرے بھی برابر ہوں گے

(58) اگر کوئی نقطہ مرکز سے نصف قطر سے زیادہ فاصلہ رکھتا ہو۔ تو وہ دائرے کے برابر ہو گا۔

(59) جو زاوئے نصف دائرے میں واقع ہو۔ وہ زاویہ قائمہ ہو گا۔

(60) جو زاویہ نصف دائرے سے بڑے قطع میں واقع ہو وہ قائمے سے چھوٹا ہو گا۔

(61) جو زاویہ نصف دائرے سے چھوٹے قطع میں واقع ہو۔ وہ قائمے سے بڑا ہو گا۔

(62) جو چوکور دائرے کے اندر بنائی جاوے۔ اس کے مقابل کا زاویوں کا مجموعہ 2 قائموں کے برابر ہو گا۔

(63) دائرے کے اندر بنی ہوئی چوکور کا رقبہ = نصف پیری میٹر منفی ہر چہار اضلاع باری باری۔ پھر اس فرق کو

آپس میں ضرب دو۔

قاعدہ :۔ نصف پیرمیٹر میں سے ہر چہار ضلع تفریق کرو۔ اور حاصل تفریق کو باہم ضرب دو۔

یاد رہے کہ نصف پیریمیٹر ضرب نہ کھائے۔ (پھر حاصل ضرب کا جذر لے لو)

(64) دائرے کے مرکز سے اگر کوئی عمود وتر پر کھینچا جاوے تو وہ وتر کی تنصیف کر دیتا ہے۔ دو نو وتروں کی تنصیف کرنے والے عمودوں کا نقطہ تقاطع دائرہ کا مرکز ہوگا۔ نیز اسی اصول کی بنا پر تین نقطوں میں سے جو خط مستقیم میں واقع نہ ہوں۔ ایک دائرہ کھینچ سکتے ہیں +

(65) دائرے کے مرکز سے برابر فاصلے پر کے وتر آپس میں برابر ہوتے ہیں۔ فاصلہ سے مراد عمودی فاصلہ ہوتا ہے

(66) ایک ہی قوس پر مرکزی زاویہ محیط کے زاوے سے دو چند ہوتا ہے۔ اور ایک ہی قطعہ دائرہ میں واقع ہونیوالے زاویئے برابر ہوتے ہیں۔

(67) دائرے کے محیط کے ایک ہی نقطے پر کے نصف قطر اور مماس ایک دوسرے پر عمود ہوتے ہیں۔

(68) اگر دائرہ رامبس کے اندر بنایا جاوے۔ تو دائرے کا قطر رامبس کے عمود کے برابر ہوگا۔

رقبہ رامبس = قطر دائرہ × ضلع رامبس

(69) مساوی قوسوں کے وتر مساوی ہوتے ہیں۔ نیز مساوی

وتروں پر قوسیں بھی مساوی ہو سکتی ہیں۔ (لیکن ضروری نہیں)

(70) اگر دو متحدۃ المرکز دائروں کے درمیانی جگہ کا رقبہ معلوم کرنا ہو۔ تو نصف قطروں کی حاصل جمع ضرب نصف قطروں کا فرق × $\frac{22}{7}$ = درمیانی جگہ کا رقبہ

(71) اگر دائرے کے اندر ایسی منتظم اشکال جن کے اضلاع کی تعداد ۳ پر تقسیم ہو سکیں۔ تو ان کے اضلاع حسب ذیل ہوں گے۔

(ا) مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ
= نصف قطر × $\sqrt{3}$ یا نصف قطر × 1.732

(ب) چھ ضلع کی شکل (مسدس) کا ضلع = نصف قطر کے۔

(ج) بارہ ضلع کی شکل کا ضلع = نصف قطر × .517

(د) چوبیس ضلع کی شکل کا ضلع = نصف قطر × .26

(72) اگر دائرے کے اندر ایسی اشکال جن کے اضلاع کی تعداد ۴ پر تقسیم ہو سکے۔ بنائی جاویں تو اضلاع حسب ذیل ہوں گے؟

ا۔ مربع کا ضلع = نصف قطر × $\sqrt{2}$ یا نصف قطر × 1.4142

(ب) آٹھ ضلع کی شکل کا ضلع = نصف قطر × .765 یا نصف قطر × $\sqrt{2-\sqrt{2}}$

(ج) سولہ ضلع کی شکل کا ضلع = نصف قطر × .39

(73) اگر اشکال منتظم دائرے کے باہر بنائی جاویں۔ تو اضلاع اشکال منتظمہ کے حسب ذیل ہوں گے۔

مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع = نصف قطر × $2\sqrt{3}$

مربع کا ضلع = نصف قطر × 2

(6 ضلع) مسدس کا ضلع = نصف قطر × $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(8 ضلع) مثمن کا ضلع = نصف قطر × $2(\sqrt{2}-1)$

بارہ ضلع کی شکل کا ضلع = نصف قطر × $(2-\sqrt{3})$

(74) اگر اشکال منتظمہ دائرے کے اندر بنی ہوئی ہوں۔ تو اُن کے رقبے حسب ذیل طریق سے دریافت کئے جا سکتے ہیں۔

(ا) مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ = (نصف قطر)^2 × $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

(ب) مربع کا رقبہ = (نصف قطر)^2 × 2

(ج) چھ ضلع کی شکل کا رقبہ = (نصف قطر)^2 × $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

(د) آٹھ " " " = (نصف قطر)^2 × $2\sqrt{2}$

(ہ) 12 " " " = (نصف قطر)^2 × 3

(75) اگر اشکال منتظم دائرے کے باہر بنائی گئی ہوں تو اُس کے رقبہ جات حسب ذیل طریق سے دریافت ہو سکتے ہیں۔

(ا) متساوی الاضلاع کا رقبہ = نصف قطر کا مربع × $3\sqrt{3}$

(ب) مربع کا رقبہ = (نصف قطر)^2 × 4

ج مسدس کا " = (نصف قطر)^2 × $2\sqrt{3}$

د مثمن کا " = (نصف قطر)^2 × $8(\sqrt{2}-1)$

ہ بارہ ضلع کی شکل کا رقبہ = (نصف قطر)^2 × $12(2-\sqrt{3})$

(76) اگر منتظم شکل کا ضلع معلوم ہو۔ اور رقبہ دریافت کرنا ہو تو حسب ذیل طریق پر دریافت کرو۔

(ا) ایکوی لیٹرل تکون کا رقبہ = (ضلع)^2 × $\frac{\sqrt{3}}{4}$

ب مربع کا رقبہ = (ضلع)^2

ج مسدس کا رقبہ = (ضلع^2) × $\frac{3}{2}\sqrt{3}$

د مثمن کا رقبہ = (ضلع^2) × $2(\sqrt{2}+1)$

(دکا) 12 ضلع کی شکل کا رقبہ = (ضلع^2) × $3(2+\sqrt{3})$

(77) اگر کسی کثیر الاضلاع غیر منتظم کا رقبہ دریافت کرنا ہو۔ تو اس شکل کو مثلثوں اور ذوزنقوں میں تقسیم کر لو۔ پھر الگ الگ مشکلوں کا رقبہ نکالکر جمع کر لو

(78) کسی کثیر الاضلاع منتظم کا رقبہ دریافت کرنا ہو۔ تو شکل کو مرکز سے کونوں میں خط ملاکر تکونوں میں تقسیم کرو۔ پھر ایک تکون کا رقبہ نکالکر تعداد تکونوں سے ضرب دے دو ۔

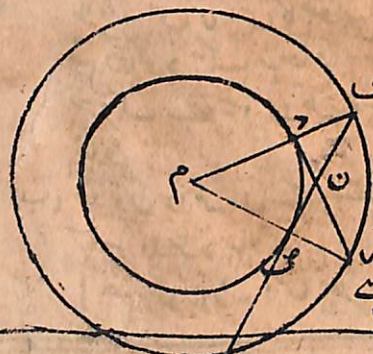
(79) سکٹر کا رقبہ = دائرے کا رقبہ × $\frac{\text{سکٹر کا مرکزی زاویہ}}{360}$ یا

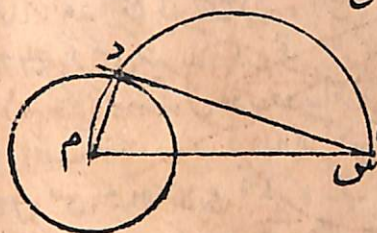
سکٹر کا رقبہ = $\frac{\text{سکٹر کا محیط}}{\text{دائرے کا محیط}}$ × رقبہ دائرہ یا $\frac{\text{نصف قطر × قوس سکٹر}}{2}$ کا رقبہ

(80) سکٹر کی قوس = محیط دائرہ × $\frac{\text{سکٹر کا مرکزی زاویہ}}{360}$

(81) قطعہ دائرہ کا رقبہ ۔ سکٹر کا رقبہ منفی تکون کا رقبہ ۔

(82) دئے ہوئے نقطہ سے دائرے کا مماس کھینچو + م س کی دوری پر دائرہ بناؤ۔ د مقام سے عمود نکالو۔ ن م کو ملادو پھر س ح کو ملاؤ۔ ح نقطہ مماس ہے

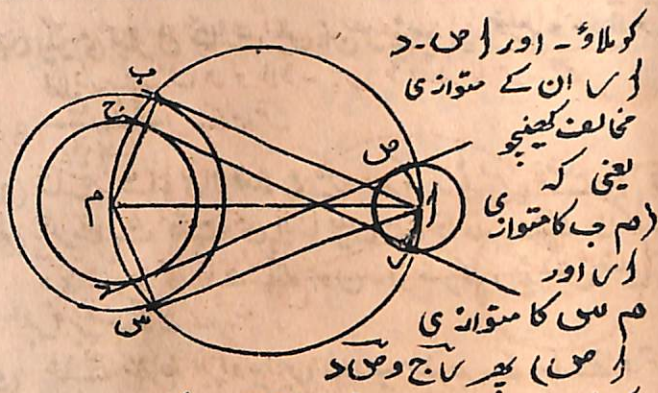
س ک د م ن ح

(ب) س م کو ملاؤ۔ اور اس پر نصف دائرہ بناؤ۔ م د کو ملاؤ۔ پھر س د کو ملاؤ۔ پس د نقطہ مماس ہے

(8 ج) دو دائروں کے مماس مشترک بناؤ۔

(ا) جو اس کے ایک ہی سمت میں واقع ہوں

(ب) مخالف سمتوں میں واقع ہوں

(ا) دونو دائروں کے نصف قطروں کے فرق کے برابر اندر دائرہ بناؤ س م کو ملاؤ اور س م پر نصف دائرہ بناؤ۔ م ق کو ملاؤ۔ س ت اس کا متوازی بناؤ۔ س ت کو ملاؤ۔ م ق کو د تک بڑھاؤ۔ د ت کو ملاؤ۔ پس یہ مماس مشترک ہے۔ اسی طرح۔ دوسری طرف کا مماس بناؤ

(ب) دونوں دائروں کے نصف قطروں کے مجموعہ کے برابر باہر دائرہ بناؤ۔

ا م کو ملاؤ۔ اس قطر پہ دائرہ بناؤ۔ م ب و م ک

کو ملاؤ۔ اور ا ص۔ د
ا ر ان کے متوازی
مخالف کھینچو
یعنی کہ
(م ج کا متوازی
ا ر اور
م س کا متوازی
ا ص) پھر ر ج و ص د
کو ملاؤ پس یہی مماس مخالف سمتوں کے ہیں۔

(84) جو دائرہ تکون کے اندر ہو۔ اس کے محیط کو ان سرکل نصف قطر کو ان ریڈیس مرکز کو ان ان سنٹر کہتے ہیں۔

$$\text{ان ریڈیس} = \frac{\text{رقبہ تکون}}{\text{نصف پیریمیٹر تکون}}$$

(85) جو دائرہ تکون کے باہر ہو۔ تو اُس کے محیط کو سرکم سرکل۔ نصف قطر کو سرکم ریڈیس اور مرکز کو سرکم سنٹر بولتے ہیں۔

$$\text{سرکم ریڈیس} = \frac{\text{ہر سہ اضلاع کی حاصل ضرب}}{\text{4} \times \text{رقبہ مثلث (چہار چند) رقبہ مثلث}}$$

(86) مثلث متساوی الاضلاع کا سرکم ریڈیس اُس کے ان ریڈیس سے دو چند ہوتا ہے۔

(87) ا۔ مثلث متساوی الاضلاع میں ان ریڈیس ارتفاع مثلث کے $\frac{1}{3}$ کے برابر ہوتا ہے

(ب) ایکوی لیٹرل مثلث میں ان ریڈیس = $\frac{\text{ضلع} \times .866}{3}$ یا $\frac{\text{ضلع} \times \sqrt{3}}{2 \times 3}$

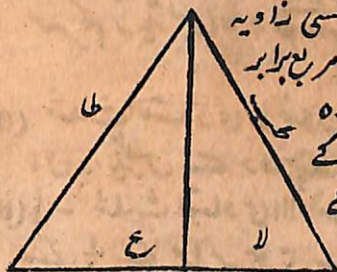
(۸۸) مثلث متساوی الاضلاع میں سرکم ریڈیس = ضلع $\div \sqrt{3}$

(۸۹) اگر مثلث متساوی الساقین میں قاعدے کے زاوئے ۳۰ - ۳۰ درجے کے ہوں۔ تو سرکم ریڈیس ضلع کے برابر ہوگا۔

(۹۰) مثلث منفرجۃ الزاویہ میں زاویہ منفرجہ کے سامنے وتر کا مربع برابر ہوتا ہے۔ منفرجہ زاویہ کے گھیرنے والے ضلعوں کے مربعوں میں جمع اس سطح کے دو چند کے جوکہ ان میں سے ایک ضلع اور اسی ضلع پر دوسرے ضلع کے ظل سے بنتی ہے۔

$\text{طا}^2 = \text{طب}^2 + \text{طج}^2 + 2\,\text{طج}\,\text{ع}$

سامنے کی شکل میں ع حصہ ضلع طب کا ظل ہے۔ جو لا عمود کے قدم اور طج کے درمیان ہے۔

(۹۱) مثلث حادہ الزاویہ میں کسی زاویہ حادہ کے مقابل کے ضلع کا مربع برابر ہوتا ہے۔ اس زاویہ حادہ کے گھیرنے والے ضلعوں کے مربعوں منفی اس سطح کے دوچند کے جو ان میں سے

ایک ضلع اور اسی ضلع پر دوسرے ضلع کے ظل سے بنتی ہے۔
مثلاً طاَ^{2} = طب^2 + طج^2 − 2 طج لا

(92) مکعب کا رقبہ = طول × عرض × 6

(۹۳) مکعب کی جسامت = طول × عرض × بلندی

نوٹ مکعب نما کی جسامت بھی اسی طرح معلوم کرو۔

(۹۴) منشور کی پہلوؤں کی سطح کا رقبہ
= قاعدہ کا گھیر × بلندی

(95) منشور کی جسامت = رقبہ قاعدہ × ارتفاع

(96) بیلن کی منحنی سطح کا رقبہ = محیط دائرہ × بلندی بیلن

(97) بیلن کی جسامت = رقبہ دائرہ × بلندی

(98) مخروط کی جسامت = قاعدے کا رقبہ × بلندی عموداً / ۳

(99) گیند کی جسامت = نصف قطر × نصف قطر × نصف قطر × $\frac{4}{3} \times \frac{22}{7}$

(۱۰۰) ترچھی خیمے کی بلندی = $\sqrt{(\text{عمود})^2 + (\text{نصف قطر})^2}$ = ترچھی بلندی

متفرق نوٹ

(۱۰۱) یکساں فاصلہ رکھنے والے متوازی خطوں کو اگر ایک خط مستقیم قطع کرے تو اس خط کے تمام درمیانی حصے باہم برابر ہوں گے۔

(102) ہر ایک تکون کے اندرونی زاویوں کی مقدار دو قائمے ہوتی ہے

(103) کسی کثیرالاضلاع منتظم غیر منتظم کے اندرونی زاویوں کی مقدار (ضلعوں کی تعداد × 2) - 4 قائمے ہوتی ہے۔

(104) اگر کسی تکون یا چوکور یا کثیرالاضلاع شکل کے بازوؤں کو ایک ہی طرف خارج کیا جاوے۔ تو بیرونی زاویوں کی مقدار بہرصورت چار قائمے ہوگی۔

(105) اگر کسی زاوے کی تنصیف کرنے والے خط کے کسی نقطے سے دو عمود ناقص کے بازوں پر گرائے جائیں۔ تو وہ عمود آپس میں برابر ہوں گے۔ اس اصول پر مثلث کے اندر مس کرتا ہوا دائرہ کھینچا جاسکتا ہے

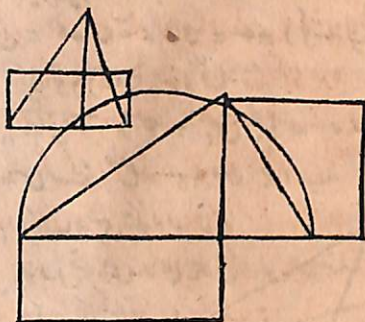
ب۔ دو خطوں سے کوئی شکل سطح کو گھیرنے والی نہیں بن سکتی۔ ماسوائے دائرے کے باقی تمام اشکال تین یا اس سے زیادہ خطوط سے گھیری جاسکتی ہیں۔

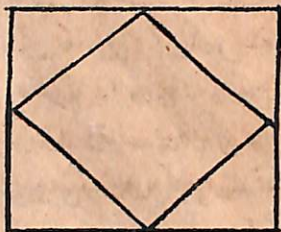
مشکل سوالات کا حل

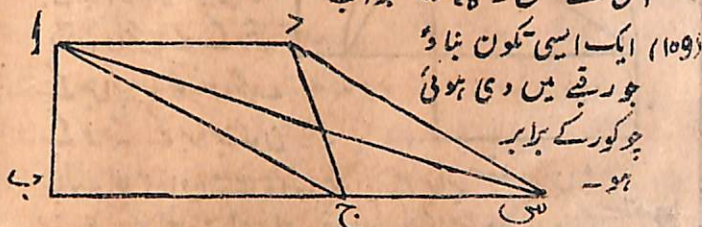
(106) ایک دیئے ہوئے دائرے کے برابر مربع بناؤ۔ اگر تکون کا قاعدہ دائرے کے محیط کے برابر اور ارتفاع نصف قطر کے برابر ہو۔ تو تکون کا رقبہ دائرے کے برابر ہوگا کیونکہ دائرے کا رقبہ = (نصف قطر)^2 × $\frac{22}{7}$ = $\frac{\text{محیط × نصف قطر}}{2}$ =

نصف محیط × نصف قطر یا

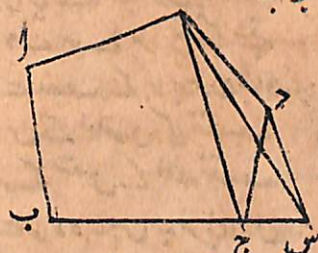
(نصف قطر × (نصف قطر × $\frac{22}{7}$

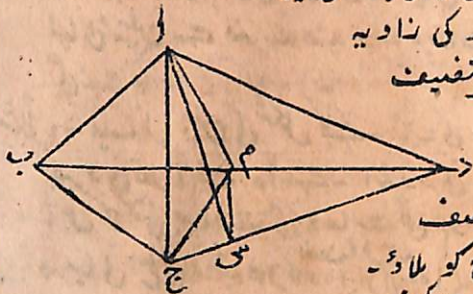
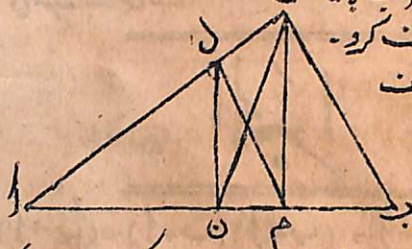
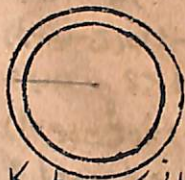
اُس تکون کا رقبہ جس کا قاعدہ دائرے کے محیط اور ارتفاع دائرے کا نصف قطر ہے = $\frac{\text{قاعدہ × عمود}}{2}$ = $\frac{\text{دائرے کا محیط × نصف قطر}}{2}$

پس ظاہر ہے کہ جس تکون کا قاعدہ دائرے کے محیط کے برابر ہو اور عمود نصف قطر کے برابر ہو۔ تو تکون کا رقبہ دائرے کے رقبہ کے برابر ہوگا۔ دائرے کے رقبہ کے برابر تکون

بنالو۔ جو آسان ہے۔ اب تکون کے برابر مستطیل بناؤ یعنی عمود کا نصف لو۔ اور قاعدے کا متوازی بناکر مستطیل بنالو۔ پھر مستطیل کے برابر مربع بناؤ۔ طول اور عرض کے برابر خط بناکر اس پر نصف دائرہ بناکر اس میں قائم الزاویہ تکون بناؤ۔ اب اس تکون کے عمود پر جو قائمے زاوے سے وتر پر گرا گیا ہے۔ مربع بناؤ۔ جو کہ اصل دائرہ کے رقبہ کے برابر ہوگا۔

(۱۵۷) دے ہوئے مربع کے رقبے سے نصف کے برابر مربع بناؤ۔ اس کے ضلعوں کی تنصیف کرکے متصل کے نقطہ تنصیف سے ملا دو۔ پس یہ مربع اصل مربع کا نصف ہوگا۔

(108) ایک مستطیل کھیت کا پیریمیٹر 20 ہے اور رقبہ 84 ہے۔ ضلع بتاؤ
رقبہ کا چوگنا = 84×4 = 336 رقبے کو 4 سے ضرب دے کر
4 اب بناؤ (دیکھو کلیات الجبرا)۔
پیریمیٹر کا مربع = 20×20 = 400 = $(ا+ب)^2$ کا مربع بنایا۔
فرق = 400 - 336 = 64 = $(ا+ب)^2$ میں سے 4 اب تفریق
کیا تو $(ا-ب)^2$ رہ گیا
$\sqrt{64}$ = 8 = بس مجموعہ 20 ہے۔ فرق 8 ہے۔
اس لئے ضلع = 14، 6 جواب

(109) ایک ایسی تکون بناؤ جو رقبے میں دی ہوئی چوکور کے برابر ہو۔

ا ج کو ملاؤ۔ ب ج کو سیدھ میں خارج کرو۔ د نقطے سے ا ج کا متوازی کھینچو۔ ا س کو ملاؤ۔ بس ا س ب تکون برابر ہوگی ا ب ج د چوکور کے

(110) ایک دی ہوئی مخمس کے برابر چوکور بناؤ۔
ا ب ج د ہ ایک مخمس ہے ہ ج کو ملاؤ۔ ب ج کو خارج کرو۔ د نقطے سے ہ ج کا متوازی د س کھینچو۔
ہ س کو ملاؤ۔ بس ا ب س ہ چوکور رقبے میں = ا ب ج

دبر مخمس کے اسی طرح چھ سے پانچ ۵ سے ۴، ۴ سے تین اضلاع کی اشکال بنائی جا سکتی ہیں۔

(111) ا ب ج د چوکور کی زاویہ ا سے خط کھینچکر تنصیف کرو۔ دونوں وتر کھینچو۔ د ب کا نصف لو۔ ا م، م ج کو ملاؤ۔ ا ج کا متوازی م س کھینچو۔ اس کو ملاؤ۔ پس یہ خط چوکور کی تنصیف کرتا ہے۔

(112) ا ب ج تکون کی ا ب پر نقطہ م سے تنصیف کرو۔ ا ب کے نقطہ تنصیف میں زاویہ راس سے خط ملاؤ۔ پھر ج م میں خط ملاؤ۔ ن سے ج م کا متوازی ن ل کھینچو۔ ل م کو ملاؤ۔ پس یہ خط تکون کی تنصیف کرے گا۔

(113) دو متحدۃ المرکز دائروں کی درمیانی سطح کا رقبہ نکالنا

(دونو دائروں کے نصف قطروں کا مجموعہ) × دونو دائروں کے نصف قطروں کا فرق) × $\frac{22}{7}$ = رقبہ درمیانی سطح کا۔

نوٹ :- اگر کسی بیلن وغیرہ کی جو کھوکھلا ہو۔ دھات کی جسامت معلوم کرنی ہو۔ تو درمیانی سطح کا رقبہ نکال کر لمبائی بیلن سے ضرب دیدو۔ دھات کی جسامت آجائے گی۔

مثلاً :- ایک نل بیلن کی شکل کا ہے۔ جس کی لمبائی ۴ فٹ ۲ً ہے بیرونی قطر ۱ فٹ ۱۰ً ہے۔ اندرونی قطر ۲۰ انچ ہے۔ بتاؤ اس کو کتنی جسامت کی دھات لگی ہوئی ہے۔

درمیانی سطح کا رقبہ = (۱۰+۱۱)(۱۱−۱۰) نصف قطریں $\times \frac{22}{7}$ = $\frac{22}{7} \times 1 \times 21$ =
۶۶ مربع انچ

جسامت دھات :- 66×50 = ۳۳۰۰ مکعب انچ دھات لگی ہے۔ جواب

الجبرا

1- (ا + ب)^2 = (ا + ب)(ا + ب) = ا^2 + ب^2 + 2 اب

2- (ا − ب)^2 = (ا − ب)(ا − ب) = ا^2 + ب^2 − 2 اب

3- (ا + ب + ج)^2 = (ا + ب + ج)(ا + ب + ج) = ا^2 + ب^2 + ج^2 + 2 اب + 2 ب ج + 2 ج ا

4- (ا − ب − ج)^2 = (ا − ب − ج)(ا − ب − ج) = ا^2 + ب^2 + ج^2 − 2 اب + 2 ب ج − 2 ج ا

5- (ا + ب − ج)^2 = (ا + ب − ج)(ا + ب − ج) = ا^2 + ب^2 + ج^2 + 2 اب − 2 ب ج − 2 ج ا

6- (ا + ب)(ا − ب) = ا^{2} − ب^{2} یا (ا^{2} − ب^{2}) = (ا + ب)(ا − ب)

(7) (ا + ب)^{2} − (ا − ب)^{2} = 4اب یا (ا + ب)^{2} − 4اب = (ا − ب)^{2}

8- (ا + ب)^{2} + (ا − ب)^{2} = 2ا^{2} + 2ب^{2}

9- (ا^{2} + ب^{2} + اب)(ا^{2} + ب^{2} − اب) = ا^{4} + ب^{4} + ا^{2}ب^{2}

یا

ا^{4} + ب^{4} + ا^{2}ب^{2} = (ا^{2} + ب^{2} + اب)(ا^{2} + ب^{2} − اب)

(10) (ا + ب)^{3} = ا^{3} + ب^{3} + 3اب(ا + ب) = ا^{3} + 3ا^{2}ب + 3اب^{2} + ب^{3}

(11) (ا + ب + ج)^{3} = ا^{3} + ب^{3} + ج^{3} + 3ا^{2}ب + 3ا^{2}ج + 3اب^{2} + 3ب^{2}ج + 3اج^{2} + 3ب ج^{2} + 6ابج

= ا^{3} + ب^{3} + ج^{3} + 3ا^{2}(ب + ج) + 3ب^{2}(ا + ج) + 3ج^{2}(ا + ب) + 6ابج

= ا^{3} + ب^{3} + ج^{3} + 3ج (ا + ب)(ا + ب + ج)

(12) (ا − ب)^{3} = ا^{3} − 3ا^{2}ب + 3اب^{2} − ب^{3} =

= ا^{3} − ب^{3} − 3اب (ا − ب)

(13) (ا − ب − ج)^{3} = ا^{3} − ب^{3} − ج^{3} − 3ا^{2}ب − 3ا^{2}ج + 3ب^{2}ج + 3اج^{2} − 3ج^{2}ب + 6ابج

(14) (ا + ب − ج)^{3} = (ا + ب − ج)^{3} = (ا + ب)^{3} − ج^{3} − 3ج(ا + ب)(ا + ب − ج)

یا

= ا^{3} + ب^{3} − ج^{3} + 3ا^{2}(ب − ج) + 3ب^{2}(ا − ج) + 3ج^{2}(ا + ب) − 6ابج

(15) ا^{3} + ب^{3} = (ا + ب)(ا^{2} − اب + ب^{2})

یا

(ا + ب)(ا^{2} − اب + ب^{2}) = ا^{3} + ب^{3}

(16) ا^{3} − ب^{3} = (ا − ب)(ا^{2} + اب + ب^{2}) یا

(ا + ب) (ا^{2} + اب + ب^{2}) = ا^{3} + ب^{3}

(17) (ا) (لا + ی) (لا + ء) = لا^{2} + لای + لاء + ی ء = لا^{2} + لا (ی + ء) + ی ء

(ب) (لا + ی) (لا - ء) = لا^{2} + لای - لاء - ی ء = لا^{2} + لا (ی - ء) - ی ء

(ج) (لا - ی) (لا + ء) = لا^{2} - لای + لاء - ی ء = لا^{2} - لا (ی - ء) - ی ء

(د) (لا - ی) (لا - ء) = لا^{2} - لای - لاء + ی ء = لا^{2} - لا (ی + ء) + ی ء

(18) (لا + ی - ء) (لا + ی - ط) = لا^{2} + لا (ی - ء + ی - ط) + (ی - ء) (ی - ط)
= (لا + ی)^{2} - (لا + ی) (ء + ط) + ء ط

(19) (لا + ا) (لا + ب) (لا + ج) = لا^{3} + لا^{2} (ا + ب + ج) + لا (اب + بج + جا) + ابج

20-(ا) (لا + ا) (لا + ب) (لا + ج) (لا + د) = لا^{4} + لا^{3} (ا + ب + ج + د) + لا^{2} (اب + بج + جد + دا + دب + اج) + لا (ابج + بجد + جدا + ادب) + ابجد

(ب) (لا - ا) (لا + ب) (لا + ج) = لا^{3} + لا^{2} (- ا + ب + ج) + لا (- اب + بج - اج) - ابج

(21) (ا) (ا - ب) + (ب - ج) + (ج - ا) = 0

(ب) ا (ب - ج) + ب (ج - ا) + ج (ا - ب) = 0

(ج) (ا^{2} - ب^{2}) + (ب^{2} - ج^{2}) + (ج^{2} - ا^{2}) = 0

مطابق فارمولہ [illegible] کے

= (ا + ب) (ا - ب) + (ب + ج) (ب - ج) + (ج + ا) (ج - ا) = 0

(22) - (ا - ب) (ب - ج) (ج - ا) =
= ا^{2}ب - ب^{2}ا + ب^{2}ج - ج^{2}ب + ج^{2}ا - ا^{2}ج

= ا^{2} (ب - ج) + ب^{2} (ج - ا) + ج^{2} (ا - ب) =

= - ا (ب^{2} - ج^{2}) - ب (ج^{2} - ا^{2}) - ج (ا^{2} - ب^{2})

(23) (ا + ب) (ب + ج) (ج + ا)

= ا^{2} ب + ب^{2} ا + ب^{2} ج + ج^{2} ب + ج^{2} ا + ا^{2} ج + 2 ا ب ج =

= ا ب (ا + ب) + ب ج (ب + ج) + ج ا (ج + ا) + 2 ا ب ج =

= ا^{2} (ب + ج) + ب^{2} (ج + ا) + ج^{2} (ا + ب) + 2 ا ب ج =

= ا (ب^{2} + ج^{2}) + ب (ج^{2} + ا^{2}) + ...

(24) (ا + ب + ج) (ا ب + ب ج + ج ا)

= ا^{2} (ب + ج) + ب^{2} (ج + ا) + ج^{2} (ا + ب) + 3 ا ب ج

= ا ب (ا + ب) + ب ج (ب + ج) + ج ا (ج + ا) + 3 ا ب ج

(25) (ا + ب + ج) (ا^{2} + ب^{2} + ج^{2} - ا ب - ب ج - ج ا)

= ا^{3} + ب^{3} + ج^{3} - 3 ا ب ج

یا

ا^{3} + ب^{3} + ج^{3} - 3 ا ب ج = (ا + ب + ج) (ا^{2} + ب^{2} + ج^{2} - ا ب - ب ج - ج ا)

(26) ا^{2} + ب^{2} + ج^{2} - ا ب - ب ج - ج ا = $\frac{1}{2}$ {(ا - ب)^{2} + (ب - ج)^{2} + (ج - ا)^{2}}

(27) (ا + ب + ج) (ا^{2} + ب^{2} + ج^{2} + ا ب + ب ج + ج ا)

= ا^{3} + ب^{3} + ج^{3} + 2 ا ب (ا + ب) + 2 ب ج (ب + ج) + 2 ج ا (ج + ا) + 3 ا ب ج

I (ا) $\frac{ا^4 + ب^4}{ا + ب}$ = اگر ا+ب کی طاقت جفت عدد ہو۔ تو اُس کا ا+ب پر تقسیم ہونا ناممکن ہے۔

(ب) $\frac{ا^5 + ب^5}{ا + ب} = ا^4 - ا^3ب + ا^2ب^2 - اب^3 + ب^4$ ۔ اگر ا+ب کی طاقت طاق عدد ہو تو رقم ا+ب پر تقسیم ہو سکتی ہے

یاد رہے۔ کہ اس صورت میں خارج قسمت میں ایک جزو مثبت اور دوسرا منفی ہوگا۔ علیٰ ہذا القیاس۔ نیز ا کی طاقت متنازلہ اور ب کی طاقت متصاعدہ آتی جاویگی +

ج $\frac{ا^4 - ب^4}{ا + ب} = ا^3 - ا^2ب + اب^2 - ب^3$، اگر ا-ب کی طاقت جفت عدد ہو۔ تو وہ رقم ا+ب پر تقسیم ہو سکتی ہے۔ یاد رہے کہ اس صورت میں خارج قسمت میں ایک جزو مثبت ہوگا۔ اور دوسرا منفی علیٰ التواتر

نیز ا کی طاقت متنازلہ اور ب کی طاقت متصاعدہ آتی جاویگی +

(د) $\frac{ا^5 - ب^5}{ا + ب}$ = اگر ا-ب میں طاقت طاق عدد ہو تو ا+ب پر تقسیم ہونا ناممکن ہے

II (ا) $\frac{ا^4 + ب^4}{ا - ب}$ = اگر ا+ب میں طاقت کسی جفت عدد کے برابر ہو۔ تو ا-ب پر تقسیم ہونا ناممکن ہے۔

(ب) $\frac{ا^5 + ب^5}{ا - ب}$ = اگر ا+ب میں طاقت کسی طاق عدد کے برابر ہو تو بھی ا-ب پر تقسیم ہونا ناممکن ہے

نوٹ:۔ $\frac{ا^ن + ب^ن}{ا - ب}$ = میں ن خواہ طاق عدد کے یا جفت عدد کے برابر ہو لیکن ا-ب پر اس کا تقسیم ہونا ناممکن ہے

ج $\frac{ا^4 - ب^4}{ا - ب} = ا^3 + ا^2ب + اب^2 + ب^3$ کے اگر ا - ب میں طاقت جفت ہو۔ تو تمام رقم ا-ب پر تقسیم ہو سکتی ہے۔ لیکن یہ یاد رہے کہ خارج قسمت کے تمام جزو مثبت حاصل ہوں گے۔

(د) $\frac{ا^5 - ب^5}{ا - ب} = ا^4 + ا^3ب + ا^2ب^2 + اب^3 + ب^4$ کے اگر ا ب میں طاقت طاق عدد کے برابر ہو تو رقم مذکورہ ا-ب پر تقسیم ہو سکتی ہے۔ لیکن یاد رہے کہ خارج قسمت کے تمام جزو مثبت حاصل ہوں گے۔

تشریحات مندرجۃ الصدر قاعدوں کے متعلق

---

(۱) اگر اعداد مقسوم کے درمیان علامت منفی ہو۔ اور اُن کی قوتیں یکساں ہو۔ تو مقسوم علیہ جو کہ اُنھیں اعداد سے بنا ہوتا ہے۔ اور اُس کے درمیان بھی علامت منفی ہوتی ہے۔ تقسیم ہو جاتا ہے۔ اور جواب متنازلہ اعداد کے لحاظ سے تمام جمع کی علامات لئے ہوئے آتا ہے۔ جیسا کہ کلیہ عہ II کے جزو ج،م د میں

(2) (۱) اگر مقسوم کے درمیان علامت جمع ہو۔ اور مقسوم علیہ بھی انہی اعداد سے بنا ہو۔ تو اگر مقسوم اور مقسوم علیہ قوتوں میں جفت نسبت ہو۔ تو رقم تقسیم نہیں ہوسکیگی

دیکھو ع I جزو ا

(ب) اگر طاقتوں میں طاق نسبت ہو۔ تو رقم تقسیم ہو جائیگی۔
کلیہ ع I جزو (ب) ا، ۲، ۵

مثال $\frac{ا^6 + ب^6}{ا^2 + ب^2}$ = ا - ا ب + ا ب - ا ب + ب جواب

اب چونکہ ان اعداد کی طاقتوں کے درمیان نسبت طاق ہے۔ اس لئے تقسیم ہو سکتا ہے۔

(ج) اگر قوتیں اعداد کی طاق ہوں۔ اور مقسوم کے درمیان علامت جمع یا منفی ہو۔ اور مقسوم علیہ بھی انھیں اعداد سے بنا ہو۔ اور درمیان میں علامت جمع ہو۔ تو جواب متواتر جمع۔ منفی۔ جمع۔ منفی وغیرہ کی علامات لئے ہوئے ہوگا۔
جیساکہ کلیہ I جزو (ب، ج)

(د) ا^م - ب^م میں اگر م کی مقدار مقسوم علیہ کی طاقتوں کا جفت گنا ہو۔ تو ا + ب پر پورا تقسیم ہو جائیگا۔ اور یہ جواب بھی متنازلہ اعداد کے لحاظ سے آئیگا۔ جمع۔ منفی۔ جمع۔ منفی وغیرہ
کلیہ I جزو (ج)

(ہ) ا^م - ب^م میں م کی قیمت خواہ جفت ہو یا طاق۔ لیکن مقسوم علیہ انہی اعداد سے بنا ہو۔ اور درمیان میں علامت منفی لئے ہوئے ہو۔ تو رقم تقسیم ہو سکیگی۔ اور جواب تمام جمع کی علامات لئے ہوئے متنازلہ قوتیں رکھتا ہوگا + کلیہ II جزو (ج، د)

(و) ا^م + ب^م میں م کی قیمت خواہ جفت ہو یا طاق عدد ہو۔ لیکن ا - ب پر ہرگز تقسیم نہیں ہو سکے گا۔ دیکھو کلیہ II جزو (ا، ب)

کسی عدد کی کوئی وین طاقت معلوم کرنا

(ا + ب)^{7} کی قیمت معلوم کرو۔

دو عددوں کے مجموعہ کی کوئی ویں طاقت لینی ہو۔ پہلے عدد پر وہی طاقت لکھ کر دوسرے عدد کا اُسی طاقت کا سر بناؤ۔ اور طاقت متنازلہ رکھو۔ اور دوسرے جملے کو متصاعدہ اور پھر سروں اور طاقتوں کو ضرب دے کر رقموں کی تعداد (تعداد ارقام) پر تقسیم کرتے جاؤ۔

مثلاً $(ا+ب)^{7} = ا^{7} + 7ا^{6}ب + 21ا^{5}ب^{2} + 35ا^{4}ب^{3} + 35ا^{3}ب^{4} + 21ا^{2}ب^{5} + 7اب^{6} + ب^{7}$

طریق

پہلے $ا^{7}$ لکھا پھر 7 کو دوسری رقم کا سر بنایا۔ اور طاقت متنازلہ رکھی اور ب کی متصاعدہ پھر سر اور طاقت کو آپس میں ضرب دیا۔ اور رقموں کی تعداد پر ضرب دیا = 6 × 7 = 42۔ رقموں کی تعداد پہلے 2 آچکی ہے۔ اس لئے 2 پر تقسیم کیا۔ $\frac{42}{2}$ = 21 کو سر رکھا۔ اور ا کی متنازلہ طاقت 5 رکھی۔ اور ب کی متصاعدہ 2 رکھی۔ پھر سروں کو اور طاقت کو ضرب دیا۔ یعنی 21 × 5 = 105 پھر تعداد ارقام پر تقسیم کیا۔ یعنی تعداد ارقام 3 تھی۔ اس لئے $\frac{105}{3}$ = 35 کو سر رکھا اور طاقتوں کو بدستور ا کی گھٹتی ہوئی اور ب کی بڑھتی ہوئی رکھا گیا۔ پھر 35 سر اور 4 کو ضرب دیا گیا۔

$35 \times 4 = 140$ پھر تعداد ارقام پر تقسیم کیا یعنی 4 پر $\frac{140}{4} = 35$
ا کی گھٹتی ہوئی اور ب کی بڑھتی ہوئی طاقت رکھی گئی۔ تو
قیمت $35\,ا^3ب^4$ بن گئی۔ پھر طاقت کو سر سے ضرب دی
$35 \times 3 = 105$ پھر مجموعہ ارقام پر تقسیم کیا $\frac{105}{5} = 21$
اور طاقت متنازلہ رکھی۔ تو رقم $21\,ا^2ب^5$ ہوئی۔
پھر عدد کے سر اور طاقت کو ضرب دی $21 \times 2 = 42$
مجموعہ ارقام پر تقسیم کیا $\frac{42}{6} = 7\,اب^6$
پھر سر کو اور طاقت کو باہم ضرب دی۔ اور مجموعہ ارقام
پر تقسیم کیا۔

$7 \times 1 = 7 \div 7 = 1$

اس لئے $ب^7$ جواب ہوا۔ بس جواب یہ ہوا۔

$$ا^7 + 7\,ا^6ب + 21\,ا^5ب^2 + 35\,ا^4ب^3 + 35\,ا^3ب^4 + 21\,ا^2ب^5 + 7\,اب^6 + ب^7$$

نوٹ :۔ اگر اعداد کے درمیان علامت منفی ہو۔ اور اُن کی
کوئی ویں طاقت لینی مطلوب ہو۔ تو پہلی رقم کو جمع رکھکر
پھر تفریق پھر جمع پھر تفریق وغیرہ کی علامت بالترتیب
رکھتے جاؤ۔ جواب حاصل ہو سکتا ہے۔

قاعدہ

اگر (ا + ب) یا (ا - ب) کی کوئی ویں طاقت لینی ہو۔ تو
(ا + ب)^7 کے طریق کی طرح معلوم کر سکتے ہیں۔

نوٹ :۔ اگر ا م ب کے درمیان علامت جمع ہو۔ تو تمام علامات
جمع رکھتے جاؤ۔ اور اگر علامت منفی ہو تو پہلی علامت
کو جمع پھر منفی پھر جمع پھر منفی غرضیکہ ایک علامت جمع کی

اور دوسری منفی کی رکھتے چلے جاؤ۔ ذیل کی مثالوں کو دیکھنے سے طالب علم پر بخوبی واضح ہو جائیگا۔

مثال نمبر ۱ - (۱) (ا + ب)۵ = ا۵ + ۵ا۴ب + ۱۰ا۳ب۲ + ۱۰ا۲ب۳ + ۵ا ب۴ + ب۵

نمبر ۲ - (ا - ب)۵ = ا۵ منفی ۵ا۴ب جمع ۱۰ا۳ب۲ منفی ۱۰ا۲ب۳ جمع ۵ا ب۴ منفی ب۵

کلیات V

(۱) اگر مساوی قوتوں کے اور مختلف سروں والے ہم جنس اعداد کو جمع کرنا ہو۔ تو اُن کی قوتیں وہی رہتی ہیں۔ لیکن سروں کا مجموعہ بن جاتا ہے۔ جیساکہ

۵ا۲ + ۶ا۲ = ۱۱ا۲

۷ا۳ + ۵ا۳ = ۱۲ا۳ وغیرہ

۱۲ا۵ + ۴ا۵ = ۱۶ا۵

(۲) اگر مساوی قوتوں کے اور مختلف سروں والے ہم جنس اعداد کا فرق دریافت کرنا ہو تو ان کی قوتیں وہی رہتی ہیں لیکن سروں کا فرق لیا جاتا ہے۔ جیساکہ

۸ا۳ - ۳ا۳ = ۵ا۳

۷ی۴ - ۲ی۴ = ۵ی۴ وغیرہ

(۳) اگر مساوی قوتوں کے اور مختلف سروں والے ہم جنس اعداد کو باہم ضرب دی جاوے۔ تو سروں کی حاصل

ضرب ہو جاتی ہے۔ اور طاقتیں جمع ہو جاتی ہیں۔ مثلاً

$6 لا^3 \times 3 لا^5 = 18 لا^8$

$5 ا^4 \times 3 ا^7 = 15 ا^{11}$ وغیرہ

(۴) اگر کسی مقدار کی قوت کو اسی مقدار کی کسی قوت پر تقسیم کرنا ہو۔ تو مقسوم کا سر مقسوم علیہ کے سر پر تقسیم ہو جاتا ہے۔ اور قوتیں منفی ہو جاتی ہیں۔

$105 ا^7 \div 15 ا^2 = 7 ا^5$

$20 لا^5 \div 5 لا^2 = 4 لا^3$ جواب وغیرہ

VI صفر کو خواہ کسی مقدار میں ضرب دیں تو حاصل ضرب صفر ہوگا۔

مثلاً :- $ا \times ۰ = ۰$

$جا \times ۰ = ۰$

VII کسی مقدار کی صفر قوت اکائی کے مساوی ہوتی ہے۔

$ا^۰ = ا \quad \} \quad ا^م \div ا^م = ا^{م-م} = ا^۰ = ۱$ ہے

VIII کسی مقدار کی کوئی منفی قوت مساوی ہوتی ہے۔ ایک بٹا ہوا اسی مقدار کی اتنی ہی مثبت قوت سے۔

$ا^{-5} = \frac{1}{ا^5}$ $لا^{-م} = \frac{1}{لا^م}$ وغیرہ وغیرہ

علوم متعارفہ

---

(۱) اگر مساوی مقداروں میں مساوی مقداریں جمع کی جاویں

تو حاصل جمع بھی باہم برابر ہوں گے۔

(2) اگر مساوی مقداروں میں سے مساوی مقداریں کم کر دی جاویں۔ تو حاصل تفریق بھی باہم برابر ہوں گے۔

(3) اگر مساوی مقادیر کو مساوی مقادیر میں ضرب دی جاویں تو حاصل ضرب بھی مساوی ہوں گے

(4) اگر مساوی مقادیر کو مساوی مقادیر پر تقسیم کیا جاوے تو خارج قسمت بھی مساوی ہوں گے۔

مندرجہ بالا چاروں بدیہی امور کا نام علوم متعارفہ ہے

$$(ا + ب)^2$$

---

(1) $(ا + ب)^2 = ا^2 + ب^2 + 2اب$

بطریق الجبرا۔ $ا + ب$

$$\begin{array}{r} ا + ب \\ \underline{ا + ب} \\ ا^2 + اب \\ \underline{+ اب + ب^2} \\ ا^2 + 2اب + ب^2 \end{array}$$

بطریق حساب $ا = 5$ ، $ب = 3$

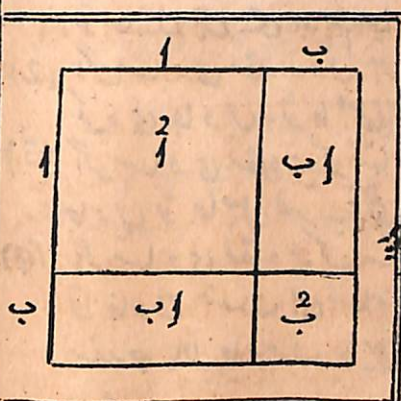
$(ا + ب)^2 = (5 + 3)^2 =$

$(ا + ب)^2 = ا^2 + ب^2 + 2اب$

$(5 + 3)^2 = 25 + 9 + 2 \times 5 \times 3 = 25 + 9 + 30 = 64$

بطریق تجربی ا = 2ً
ب = 1ً

ایک خط کھینچو۔ اُس میں سے ا حصہ کاٹ لو۔ پھر ب کے برابر اُس کی لمبائی اور کاٹ لو۔ گویا کہ ا+ب کے برابر خط کاٹ لو پھر مربع بناؤ پھر ا پر مربع بناؤ۔ ضلعوں کو سیدھ میں خارج کرو۔ جیسا کہ سامنے کی شکل میں ہے

	ب	ا	
ا	اب	ا^2	
ب	ب^2	اب	

اس میں ا+ب پر مربع بنایا گیا ہے۔ جس میں ا^2 اور ب^2 شامل ہیں۔ جن کا رقبہ 4+1 = 5 مربع انچ ہے۔ اور دو مستطیلیں ہیں۔ جن میں سے ہر ایک کا رقبہ ا×ب یا 2×1 = 2 مربع انچ ہے۔ پس دونوں مستطیلوں کا رقبہ 2×ا×ب = 2×2×1 = 4 مربع انچ ہوا۔ پس کل شکل کا رقبہ ا^2 + ب^2 + 2اب = 4+1+2×2×1 = 4+1+4 = 9 مربع انچ ہوا۔ اس سے ثابت ہوا کہ (ا+ب)^2 = ا^2 + ب^2 + 2اب کے

مثال نمبر ۱ لا+4 کا مربع معلوم کرو

حل = (لا+4)^2 = لا^2 + 4^2 + 2×لا×4 = لا^2 + 16 + 8لا جواب

مثال نمبر ۲۔ 3لا + 7ی کا مربع دریافت کرو۔

حل (3لا + 7ی)^2 = (3لا)^2 + 2×3لا×7ی + (7ی)^2 =
= 9لا^2 + 42لای + 49ی^2 جواب

مثال ۳ (ا+ب+ج) کا مربع دریافت کرو۔

حل (ا+ب+ج)^2 = {ا+(ب+ج)}^{2} = ا^2 + 2ا(ب+ج) + (ب+ج)^2 =

$ا^2 + 2اب + 2اج + (ب^2 + ج^2 + 2ب ج) = ا^2 + ب^2 + ج^2 + 2اج + 2اب +$
$2بج$ جواب

$(ا - ب)^2$

(2) $(ا - ب)^2 = ا^2 + ب^2 - 2اب$

الجبرا $(ا - ب)^2 = (ا - ب)(ا - ب)$

$$\begin{array}{r} ا - ب \\ ا - ب \\ \hline ا^2 - اب \\ - اب + ب^2 \\ \hline ا^2 - 2اب + ب^2 \end{array}$$

(حساب) $ا = 8$ ، $ب = 3$: $(ا - ب)^2 = (8 - 3)^2 = ا^2 + ب^2 - 2اب =$
$64 + 9 - 2 \times 8 \times 3 = 64 + 9 - 48 = 25$ جواب

جیومیٹری

$ا = 8$ ، $ب = 3$

ب | (ا - ب) | ب

$ب^2$ | $(ا - ب)ب$

ا ب | $(ا - ب)^2$ | ا - ب

ا

ایک خط مستقیم ا کھینچو اُس میں سے ب کے برابر قطع کرو۔ پھر ا - ب پر مربع بناؤ۔ اور ب پر باہر کی جانب مربع بناؤ۔ گویا کہ اب سامنے کی کل شکل کا رقبہ $= ا^2 + ب^2 = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$

اگر اس میں سے ا ب + (ا - ب) ب + ب² = 3×1 + (1-3)×1 + ا²

6 نکالا جاوے۔ تو باقی (ا - ب)² = 4 رہ جاوے گا۔

مستطیل نمبر ۱ کا رقبہ = ا ب = 3 کے اور مستطیل نمبر ۲ کا رقبہ بشرطیکہ اس کے ضلع اب میں اگر بیرونی مربع کا ضلع ب شامل کر دیا جاوے تو کل ضلع ا - ب + ب = ا بن جاتا ہے۔ گویا کہ اس مستطیل کا رقبہ بھی ا ب بن جاتا ہے۔ چونکہ علوم متعارفہ کی رو سے اگر کسی چیز میں مساوی چیزیں جمع کر دی جاویں اور پھر مساوی چیزیں تفریق کر دی جاویں تو حاصل میں کچھ فرق نہیں آتا۔ پس ا کے مربع میں ب کا مربع جمع کرو۔ پھر اس میں سے نکال دو تو جواب میں کچھ فرق نہیں آتا۔ پس ظاہر ہے۔ کہ (ا - ب)² = ا² + ب² - 2 ا ب کے

(3 - ا)² = 9 + 1 - 2×3×1 = 10 - 6 = 4 جواب

مثال نمبر ۱ (لا - 5) کا مربع اُٹھاؤ

(لا - 5)² = لا² + 5² - 2×لا×5 = لا² + 25 - 10 لا جواب

مثال نمبر ۲ (لا - 7 ی) کا مربع اُٹھاؤ۔

(لا - 7 ی)² = لا² - 2×لا×7 ی + (7 ی)² = لا² - 14 لا ی + 49 ی²

جواب

مثال نمبر ۳۔ ا - ب + د کا مربع اُٹھاؤ

(ا - ب + د)² = {ا - (ب - د)}² = ا² - 2×ا×(ب - د) + (ب - د)²

ا² - 2 ا ب + 2 ا د + (ب² - 2 ب د + د²)

ا² + ب² + د² - 2 ا ب + 2 ا د - 2 ب د جواب

ا² - ب²

(ج) (ا² - ب²) = (ا + ب)(ا - ب)

الجبرا

ا + ب
ا - ج
$ا^2$ + اب
- اب - $ب^2$

$ا^2$ - $ب^2$

حساب = $(3^2 - 5^2) = (3+5) (3-5) = 8 \times 2 = 16$
جواب $16 = 9 - 25$

جیومیٹری =
ا = ۳
ب = ۱
ا ایک خط لیکر
اس پر مربع
بنائیے۔
جیسا کہ سامنے
کی شکل سے ظاہر ہے۔

(ا - ب) | $ا^2$ | (۱) |
ا | 2 | $ب^2$ |

اب اگر $ا^2$ کے مربع میں سے $ب^2$ مربع کاٹ دیا جائے۔ تو باقی ماندہ شکل میں ($ا - ب^2$) + اور (ا-ب) × ب × 2 یعنی کہ $(2)^2 + 1\times2 + 1\times2 = 4+2+2 = 8$ رہ جاتا ہے۔ گویا کہ باقی ماندہ شکل میں ایک مربع اور دو مستطیلیں جن کے نام ۱ و ۲ ہیں رہ جاتی ہیں۔ اگر نمبر ۲ کی مستطیل کو کاٹ کر اس طرح رکھدیا جاوے جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے۔ تو اُس کی لمبائی ا+ب کے برابر ہو جاتی ہے۔ اور چوڑائی ا - ب کے برابر پس باقی ماندہ

شکل کا رقبہ (ا+ب) (ا-ب) کے یعنی کہ (3+1) (3-1) = (4)(2) = 8 رہ جاتا ہے۔ چونکہ $ا^2$ میں سے $ب^2$ کا مربع کاٹ لیا گیا ہے۔ اور باقی ماندہ شکل کا رقبہ (ا+ب) (ا-ب) = 8 کے ہے۔ اس لئے کہہ سکتے ہیں۔کہ ($ا^2$ - $ب^2$) = (ا+ب) (ا-ب) = (3+1) (3-1) = (4) (2) = 8 کے ہے۔

مثال نمبر۱ 7ا+3ب کو 7ا-3ب میں ضرب دو

(7ا+3ب) (7ا-3ب) = 49$ا^2$ - 9$ب^2$ جواب

مثال نمبر۲۔ 3لا+5 کو 3لا-5 میں ضرب دو

(3لا+5) (3لا-5) = $(3لا)^2$ - $(5)^2$ = 9$لا^2$ - 25 جواب

$(ا+ب)^2 - (ا-ب)^2$

(4) $(ا+ب)^2 - (ا-ب)^2$ = 4اب

الجبرا $ا^2$ + $ب^2$ + 2اب) ($ا^2$ + $ب^2$ - 2اب)

$ا^2$ + $ب^2$ + 2اب

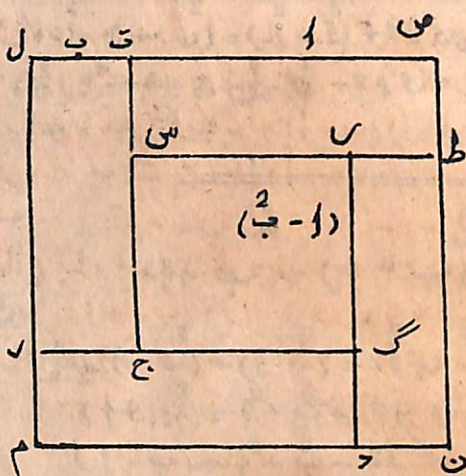
-$ا^2$ ± $ب^2$ ± 2اب

4اب

حساب ا+ب = 5+3

(3×3)×4 = 64-4 = 60

= (3×5)×4 = 15×4 = 60 کے

(جیومیٹری) ا = گ ب = اُ لو ا+ب کے برابر ایک خط بناؤ۔ اس پر ایک مربع بناؤ۔ پھر اس کے چاروں ضلعوں میں سے ب کے برابر قطع کردو۔ جیسا کہ شکل میں ت پر ل م میں ر پر۔ اور م ن میں د پر اور ن ص میں ط پر قطع ہیں

ان کو اس طرح ملاؤ جیسا کہ شکل میں ظاہر ہے۔ کل مربع (ا + ب) کا مربع ہے۔ اور درمیانی مربع کا ضلع ط س = ا ط = ۳" ہے اور ط ر = ب = ا کے ہے۔ اس لئے ر س = ا - ب = ۳ - ۱ = ۲"

پس یہ اندرونی مربع کا ضلع ہے۔ اگر کل شکل میں سے۔ اس مربع کو نکال دیا جائے۔ تو باقی ماندہ ہر ایک مستطیل کا رقبہ ا × ب رہ جائیگا۔ جیسا کہ مستطیل ۱ میں ص ت = ا کے ص ط = ب کے ہے۔ اس لئے رقبہ = اب ہوا۔ چاروں مستطیلوں کا رقبہ = ۴ اب ہوا۔ پس اس سے ثابت ہوا کہ (ا + ب) کے مربع میں سے (ا - ب) کا مربع نکال دیا جاوے۔ تو باقی ماندہ شکل کا رقبہ ۴ اب رہ جاتا ہے۔

مثال نمبر ۱۔ $(لا + 5)^2 - (لا - 5)^2$ کو مفرد کرو۔

$(لا + 5)^2 - (لا - 5)^2 = (لا^2 + 25 + 10لا) - (لا^2 + 25 - 10لا)$

$= لا^2 + 25 + 10لا - لا^2 - 25 + 10لا = 10لا + 10لا = 20لا$ جواب۔

مثال نمبر ۲۔ $(لا + ی)^2 - (لا - ی)^2$ کو حل کرو۔

جیومیٹری = ا = 3" ب = 1" لو ۔ ا + ب پر مربع بناؤ ۔
ا - ب = 2" ہے ۔ پھر ایک مربع 2" ضلع کا بناؤ ۔
اور اس کو ا ب خط کی سیدھ میں رکھ کر منطبق کر دو مستطیل
ما کو کاٹ لو ۔ اس کو (ا - ب) کے مربع کے ساتھ منطبق کر دو ۔
اس کا دو انچ ضلع تو ا - ب کے مربع کے ضلع پر منطبق ہو جائے
گا اور 1" ضلع بڑھ جائیگا ۔ گویا کہ ایک ایسی شکل باہر رہ جائے
گی ۔ جس کا ہر ایک ضلع 1" ہوگا ۔ پس یہ ج^2 ہے ۔

ق م = 2"
م ب = 1" } پس ن م + ب م = 3" = ا کے

ن ر = 2"
ر د = 1" } ن ر + ر د = 3" = ا کے

ل س ف ک مربع ا کا مربع ہے اور ن ل ک د مربع بھی ا
کے مربع کے برابر ہے ۔ اس لئے
ف س ف د شکل کا رقبہ = 2ا^2 کے اور ج ک ص ط مربع کا
رقبہ مساوی ہے ۔ ب کے مربع کے اور ر د ق س مربع
کا رقبہ بھی = ج^2 کے ۔ پس دونو مربعوں کا رقبہ = 2ج^2 کے کل
شکل کا رقبہ = 2ا^2 + 2ج^2 کے
اب اس میں (ا + ج^2) ۔ (ا - ب)^2 شامل ہیں ۔ جن کے رقبے =
2ا^2 + 2ج^2 کے
پس (ا + ج)^2 + (ا - ب)^2 = 2ا^2 + 2ج^2 کے ہوا ۔

کلیات

مثال نمبر ۱۔ $(2\text{لا} + \text{ی})^2 + (2\text{لا} - \text{ی})^2$ کو حل کرو

$(2\text{لا} + \text{ی})^2 + (2\text{لا} - \text{ی})^2 = (4\text{لا}^2 + \text{ی}^2 + 4\text{لا ی}) + (4\text{لا}^2 + \text{ی}^2 - 4\text{لا ی})$

$= 4\text{لا}^2 + \text{ی}^2 + 4\text{لا ی} + 4\text{لا}^2 + \text{ی}^2 - 4\text{لا ی} = 8\text{لا}^2 + 2\text{ی}^2$ جواب

مثال نمبر ۲ $(3\text{م} + 6\text{ی})^2 + (3\text{م} - 6\text{ی})^2$ کی قیمت معلوم کرو۔

$= (3\text{م} + 6\text{ی})^2 + (3\text{م} - 6\text{ی})^2 =$

$(9\text{م}^2 + 36\text{ی}^2 + 36\text{ی م}) + (9\text{م}^2 + 36\text{ی}^2 - 36\text{ی م}) =$

$9\text{م}^2 + 36\text{ی}^2 + 36\text{ی م} + 9\text{م}^2 + 36\text{ی}^2 - 36\text{ی م} =$

$18\text{م}^2 + 72\text{ی}^2$ جواب

کلیات نمبر ۱ تا ۳ کا استعمال جو زبانی حساب میں

عام طور پر ہوتا ہے

کلیات نمبر ۱ کا استعمال = 105 کا مربع اٹھاؤ = $(100 + 5)^2$ =

$10000 + 25 + 1000 = 11025$ جواب

164 کا مربع اٹھاؤ $(160 + 4)^2 = 25600 + 16 + 1280 =$

26896 جواب

نوٹ:۔ جس عدد کا مربع اٹھانا ہو۔ اُس کے ایسے دو ٹکڑے بناؤ۔ کہ دونوں کا مجموعہ مطلوبہ عدد کے برابر ہو۔ پھر

کلیہ ۱ کے استعمال سے مربع اٹھاؤ۔

کلید نمبر ۲ کا استعمال

۹۹ کا مربع اٹھاؤ۔ $(100-1)^2 =$

$10000+1-200 = 9801$ جواب

898 کا مربع اٹھاؤ۔ $(900-2)^2 = 810000+4-3600 =$

806404 جواب

نوٹ۔ جس عدد کا مربع اٹھانا ہو۔ اس کے ایسے دو ٹکڑے بناؤ۔ کہ دونوں کا فرق عدد مطلوبہ کے برابر ہو۔ پھر کلیہ ۲ کے استعمال سے مربع اٹھاؤ۔

کلید نمبر ۳ کا استعمال

(ا) $(166\times166)-(134\times134)$ کو حل کرو۔

$(166)^2-(134)^2 = (166+134)(166-134) =$

$300\times32 = 9600$ جواب

(ب) $\dfrac{166\times166-134\times134}{166-134} = \dfrac{(166)^2-(134)^2}{(166-134)} =$

$\dfrac{(166+134)(166-134)}{(166-134)} = 166+134 = 300$ جواب

ج $\dfrac{166\times166-134\times134}{166+134} = \dfrac{(166)^2-(134)^2}{166+134}$

$\dfrac{(166+134)(166-134)}{166+134} = 166-134 = 32$ جواب

نوٹ (ا) جن دو عددوں کے مربعوں کا فرق معلوم کرنا ہو۔

پہلے اُن کا مجموعہ لو۔ پھر اُن کا فرق لو۔ پھر اس مجموعہ اور فرق کو باہم ضرب دے لو

(ب) جن دو عددوں کے مربعوں کے فرق کو اُن عددوں کے فرق پر تقسیم کرنا ہو۔ تو جواب دونو عددوں کا مجموعہ ہو گا۔

ج جن دو عددوں کے مربعوں کے فرق کو اُن عددوں کے مجموعہ پر تقسیم کرنا ہو۔ تو جواب دونو عددوں کا فرق ہو گا۔

نوٹ 2۔ پس یہی تین کلیات زبانی حساب میں مستعمل ہوتے ہیں۔ اور ہوتے تو اور بھی ہیں۔ لیکن اعلیٰ کلاسوں میں۔ مثلاً کعب وغیرہ

مشقیہ حساب

(۱)

(۱) نوے کروڑ۔ تہتر لاکھ چوراسی ہزار تین سو سولہ کو ہندسوں میں لکھو۔

(۲) 88377 ، 130061 ، 211709 ، 51093 ، 26 کو جمع کرو

۳- 6277031 میں سے 5486099 تفریق کرو

۴- 5744370 کو 38962 میں ضرب دو۔

۵- 6377696032 کو 189 پر تقسیم کرو۔

۲

۱- 216860 روپے ۱۴ار ۹ پائی کے ایک ایک پیسے والے کارڈ کتنے آئیں گے۔

۲- 64037865 پائیوں کے پونڈ بناؤ

۳- 691 روپے ۱۳ آنہ ۵ پائی و 8644 روپے ۱۱ آنہ ۷ پائی و
1946 روپے ۷ آنہ ۱۵ پائی و 503 روپے ۱۱ آنہ ۲ پائی
کو جمع کرو۔

۴- پائی - آنہ - روپے   پائی - آنہ - روپے
۷ - ۱۱ - 8693 میں سے ۱۰ - ۱۳ - 198 تفریق کرو

۵- پائی - آنہ - روپے
۷ - ۱۲ - 1920 کو 146 میں ضرب دو۔

۶- 3 - ۱۱ - 863456 کو 123 پر تقسیم کرو۔

۳

۱- 16، 24، 20، 36، 13، 21، 46 کا ذو اضعاف اقل نکالو۔

(2) 684، 328، 211 کا عاد اعظم نکالو

۳ $\frac{5}{21}$، $\frac{10}{24}$، $\frac{9}{28}$، $\frac{12}{30}$ " " "

۴- $\frac{5}{21}$، $\frac{10}{24}$، $\frac{9}{28}$، $\frac{12}{30}$ کا ذو اضعاف اقل نکالو۔

۵ $\frac{231}{495}$ کا اختصار کرو

۴

۱- $\frac{7}{16}$ ، $\frac{5}{22}$ ، $\frac{3}{28}$ کو ہم مخرج کرو

۲ $\frac{3}{28}+\frac{7}{32}+\frac{8}{30}+\frac{11}{27}+\frac{5}{22}+\frac{5}{24}+\frac{3}{7}$ کو جمع کرو۔

۳ $\frac{6}{88}-\frac{8}{33}-\frac{4}{11}$ کو تفریق کرو۔

۴ $\frac{7}{26}\times\frac{11}{66}\times\frac{9}{25}\times\frac{5}{18}\times\frac{3}{12}$ کو مفرد کرو۔

۵ $\frac{6}{16}\div\frac{8}{25}\div\frac{4}{11}\div\frac{3}{22}$ کو مفرد کرو۔

۵

۱- $\frac{7}{26}\div\frac{2}{9}$ کا $\frac{5}{34}\div\frac{3}{17}\times\frac{2}{21}-\frac{5}{16}-\frac{3}{8}+\frac{1}{2}$ کو مفرد کرو

۲- $\left[\left\{\left(\frac{2}{21}\right.\right.\right.$ کا $\left.\left.\left.\frac{3}{9}\div\frac{5}{24}\right)-\frac{5}{11}\right\}\times\frac{2}{7}-\frac{1}{20}\right]\frac{7}{24}$ کو مفرد کرو

۳- $\frac{1\frac{1}{6}}{3\frac{1}{2}}+4\frac{1}{4}$ کا $\left(\frac{19\frac{1}{4}+\frac{1}{6}}{1\frac{1}{2}-6\frac{3}{4}}\right)$ کو مفرد کرو

۴- ۱۴ روپے ۷ر ۹ پائی کو ۲۱ روپے ۱۰ر ۸ پائی کی کسر میں لاؤ۔

۵- 76596. کو کسور عام میں تبدیل کرو۔

۶- $\frac{3}{15}$ کو کسور اعشاریہ میں لاؤ

۶

۱- 55.37502 ، 132.4201 ، 46.37 ، 1936.54222 کو جمع کرو۔

۲- 366.37501 میں سے 219.45999 تفریق کرو۔

۳- 66·37023 کو 8·939 میں ضرب دو

۴- 8686·37563716 کو 464·236 پر تقسیم کرو۔

۵- 582 روپے کا سود 4 روپے سیکڑہ سالانہ شرح سے 4 سال 6 ماہ کا معلوم کرو۔

۷

۱ ایک کمرہ 26 فٹ لمبا 14 فٹ چوڑا اور 12 فٹ اونچا ہے۔ اس کی دیواروں اور چھت پر سفیدی کرانے کا خرچ ار فی مربع فٹ کے حساب کیا آئے گا۔

۲- ایک کھیت 180 کرم لمبا 130 کرم چوڑا ہے۔ اس میں اگر گنا بویا ہوا ہو۔ تو 80 روپے فی کنال کے حساب سے گنے کی قیمت معلوم کرو۔

۳ 867 چیزوں کی قیمت بحساب 13 روپے 14 8 پائی فی چیز قاعدہ تجارت سے معلوم کرو۔

۴- 207 من 26 سیر 8 چھٹانک کی قیمت بحساب 14 روپے 8 ر 6 پائی فی من تجارت کے قاعدے سے معلوم کرو۔

۵- 18 بیلوں کی قیمت 1056 روپے 10 ر 6 پائی ہے۔ تو 210 بیلوں کی قیمت معلوم کرو۔

۶- 16 آدمی 8 گھنٹے روز کام کرکے 210 گز لمبی اور 2 گز چوڑی خندق 120 دن میں بناتے ہیں۔ تو بتاؤ کہ 24 آدمی 6 گھنٹے روز کام کرکے 180 گز لمبی $1\frac{1}{2}$ گز چوڑی خندق کتنے دن میں بنائیں گے۔

۸

۱ 840 روپے کا سود 3 سال کے لئے 5 فیصدی فی سال کی

شرح سے معلوم کرو۔

۲- 945 روپے کا 2 سال کے لئے 9 فی صدی فی سال کی شرح سے کل زر معلوم کرو۔

۳- کسی رقم کا سود 5 فی صدی فی سال کی شرح سے 3 سال کا 5161 روپے ہے۔ اصل زر معلوم کرو۔

۴- 600 روپے کا 7 سال کا سود کسی خاص شرح سے 420 روپے ہے۔ شرح معلوم کرو۔

۵- 390 روپے کا کل زر 5 شرح سے 585 روپے ہے۔ مدت معلوم کرو۔

۹

۱- اگر سوموار۔ منگلوار۔ بدھوار کا اوسط درجہ حرارت 86.2 ہو اور منگلوار بدھوار ویروار کا اوسط درجہ حرارت 81.9 ہو۔ اگر ویروار کا درجہ حرارت 88.3 ہو تو سوموار کا درجہ حرارت معلوم کرو۔

۲- اگر سیبوں کا بھاؤ کل کی نسبت 40 فیصدی گر جائے۔ تو مجھے 20 روپے میں آج 88 سیب زیادہ ملتے ہیں۔ بتاؤ آج سیبوں کا بھاؤ فی روپیہ کیا ہے۔

۳- ایک شخص نے 1760 روپے کا مال خریدا۔ اگر اس پر 4 فیصدی کمیشن دینا پڑے اور 8 فیصدی محصول خرچ ہوا ہو۔ تو بتاؤ اس پر کل کتنا روپیہ خرچ ہوا۔

۴- ایک شخص کی سالانہ آمدنی 7200 روپے ہے۔ وہ 6 پائی فی روپیہ انکم ٹیکس ادا کرتا ہے۔ بتاؤ اس کی سالانہ خالص آمدنی کیا ہے۔

۵۔ مندرجہ ذیل اشیاء کا بل بیجک بناؤ۔

6 درجن گیند در ۵ر۳ پائی فی درجن۔

15 بنڈل سیاہی در عہ روپیہ 2ر فی بنڈل۔

چاقو 18 درجن در عہ فی درجن۔

60 عدد اردو کورس در 8ر 8 پائی فی عدد۔

قاعدہ حصّہ دوم 60 عدد در ار۲ پائی فی عدد۔

۱۰

۱۔ 6300 آدمیوں کے پاس 15 ہفتے کی خوراک موجود ہے۔ بتاؤ کتنے آدمی شہر چھوڑ جائیں۔ تاکہ وہی خوراک 21 ہفتے تک کافی ہو سکے۔

۲۔ ایک بزاز نے 200 گز کپڑا۔ بحساب 5ر3 پائی فی گز خریدا۔ اُس کا $\frac{3}{5}$ حصہ 10 فیصدی نفع پر۔ اور باقی $12\frac{1}{2}$ فیصدی نقصان پر۔ بتاؤ اُسے کل قیمت پر کیا فیصدی نفع یا نقصان ہوا۔

۳۔ ا ایک کام کو 12 دن میں۔ ب 16 دن میں ج 20 دن میں کر سکتے ہیں۔ ا دو دن کے بعد چلا گیا۔ اور ب کام ختم ہونے سے دو دن پہلے چلا گیا۔ بتاؤ کل کام کتنے دن میں ختم ہوا۔

۴۔ ایک خالی حوض کو ایک نل 8 گھنٹے میں دوسرا 12 گھنٹے میں بھر دیتے ہیں۔ مگر تیسرا 3 گھنٹے میں خالی کرتا ہے۔ اگر تینوں نل بالترتیب 1، 2، 3 بجے کھولے جائیں تو تالاب کتنے بجے خالی ہو جائے گا۔

۵۔ کرۂ زمین کا محیط 25000 میل ہے۔ تو بتاؤ کرے کا

ہر ایک نقطہ کتنے میل فی گھنٹہ رفتار سے گھومتا ہے۔

۱۱

۱۔ ایک گاڑی ۲۴۰ فٹ لمبی امرت سر سے لاہور کو دوسری ۱۸۰ فٹ لمبی لاہور سے امرت سر کو ۲۰ و ۲۴ میل کی رفتار سے روانہ ہوئیں۔ بتاؤ ایک دوسری کے گزرنے میں کتنا وقت لگے گا۔

۲۔ ایک گاڑی جو کہ ۲۲۰ فٹ لمبی ہے اور ایک شخص کو جو کہ سڑک کے متوازی اُس سمت میں ۳ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جا رہا ہے۔ ½۳۷ سیکنڈ میں گذر جاتی ہے۔ گاڑی کی رفتار معلوم کرو۔

۳۔ ایک کشتی بہاؤ کے ساتھ ۹ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جاتی ہے۔ اور اس کو بہاؤ کے برخلاف واپس آنے میں دو چند وقت لگتا ہے۔ پانی کی رفتار معلوم کرو۔

۴۔ ایک دیوالیہ کا جتنے روپے کا دیوالیہ نکلا۔ اتنا ہی روپیہ لینا اس کی بہی میں لکھا ہوا ہے۔ لیکن ایک رقم ۷۵۰۰ روپے کی ایسی ہے۔ کہ اس میں ۱۳ر ۷ پائی فی روپیہ وصول ہوگا۔ اور بہی میں جتنا روپیہ لکھا ہے۔ اس کے وصول کرنے کا خرچ ۵ روپے سینکڑہ ہے۔ اب وہ دیوالیہ ۱۳ر فی روپیہ ادا کرتا ہے۔ بتاؤ کتنے روپے کا دیوالہ نکلا ہے۔

۵۔ عمر بکر نے کچھ روپیہ کام میں لگایا۔ جتنا روپیہ عمر نے دیا۔ اس کا ⅘ بکر نے ۷ ماہ بعد ½ اپنے روپیہ کا اور عمر نے ۹ ماہ بعد ¼ حصہ اپنے روپے کا نکال لیا۔ سال کے آخر پر

۵۳۲۱ روپے نفع ہوا۔ بتاؤ ہر ایک کو کیا ملے گا۔

۱۲

۱- ایک قسم کی کھانڈ ۱۱ روپے ۸ر من ہے۔ دوسری قسم کی ۱۸ روپے ۸ر فی من۔ بتاؤ دوکاندار دونو قسم کی کھانڈ کو کس نسبت سے ملائے کہ آمیزش کی قیمت ۱۴ر روپے فی من ہو جائے۔

۲- ایک کوئیں کا اندرونی محیط ۵۴ فٹ ہے اور اس کے پانی کی گہرائی ۲۸ فٹ ہے۔ بتاؤ اگر پانی کا وزن ۳۰ سیر فی مکعب فٹ ہو تو کوئیں میں کل کتنے من پانی ہے۔

۳- ۸۶۰ روپے کا سود در سود ۴ روپے سینکڑہ ششماہی شرح سے $2\frac{1}{2}$ سال کا معلوم کرو۔

۴- ۴۲۴۳۵۷ کا جذر ہر دو طریقوں سے معلوم کرو۔

۵- $\cfrac{1}{\cfrac{1}{\cfrac{1}{\frac{1}{4}+4}+4}+4}+4$ کو مفرد کرو۔

(۱۳)

(۱) $\dfrac{\left\{\frac{41}{66}-\frac{3}{5\frac{1}{2}}+\frac{5\frac{1}{2}}{3}\right\}\times\frac{\frac{11}{16}}{1\frac{3}{8}}}{\left\{\frac{41}{66}+\frac{3}{5\frac{1}{2}}\right\}\div\left\{\frac{5\frac{1}{2}}{3}+\frac{\frac{11}{16}}{1\frac{3}{8}}\right\}}-\frac{3}{20}$ کا $\frac{5}{6}\div\frac{1}{6}+1\frac{2}{5}$ کو حل کرو

۲- دو عددوں کا عاد اعظم ۵ اور ذو اضعاف اقل ۱۱۰۴۰ ہے

دو نو عدد معلوم کرو۔

(3) 5 و 6 بجے کے درمیان گھڑی کی سوئیاں (ا) کب منطبق ہوں گی۔ (ب) کب زاویہ قائمہ بنائیں گی۔ ج۔ کب سیدھ میں ہوں گی۔

(4) ایک شخص نے کسی سے بعد از دوپہر وقت پوچھا۔ کہ کیا بجا ہے اس نے کہا۔ کہ 12 بجے سے لے کر جتنا وقت گزر چکا ہے۔ وہ اب سے لے کر 12 بجے رات تک کا $\frac{3}{5}$ ہے۔ اصلی وقت کیا ہے۔

5۔ ایک قلعہ میں ۴ کوٹھڑیاں ہیں۔ ان کوٹھڑیوں میں کچھ کچھ سپاہی ہیں۔ اس قلعہ پر ایک دشمن نے حملہ کیا۔ جب اس نے پہلی کوٹھڑی پر حملہ کیا۔ تو باقی تین کوٹھڑیوں نے اتنے اتنے آدمی بھیجے۔ جتنے پہلی میں تھے۔ پھر دشمن نے دوسری کوٹھڑی پر حملہ کیا۔ باقی تین کوٹھڑیوں نے اتنے اتنے آدمی بھیجے جتنے دوسری میں تھے۔ پھر دشمن نے تیسری پر حملہ کیا تو۔ اسی طرح سے باقی کوٹھڑیوں نے اتنے آدمی بھیجے جتنے تیسری میں تھے۔ پھر دشمن نے چوتھی پر حملہ کیا تو باقی کوٹھڑیوں نے اتنے آدمی بھیجے جتنے چوتھی میں تھے۔

چاروں کوٹھڑیوں پر حملہ کر چکنے بعد جب کوٹھڑیوں کے آدمیوں کی تعداد کو گنا گیا۔ تو سب کوٹھڑیوں میں برابر آدمی تھے۔ معلوم کرو کہ حملہ ہونے سے پہلے ہر ایک کوٹھڑی میں کتنے کتنے آدمی تھے۔

۱۴

۱۔ ایک امتحان میں ایک درجہ کے $\frac{1}{2}$ لڑکوں نے کل نمبروں کا

$\frac{7}{8}$ حصہ اور $\frac{1}{10}$ نے $\frac{3}{4}$ حصہ اور $\frac{2}{5}$ نے $\frac{1}{2}$ حصہ اور $\frac{1}{4}$ نے $\frac{1}{4}$ حصہ باقی نے $\frac{1}{8}$ حصہ نمبر حاصل کئے نمبروں کی اوسط حاصل کردہ 67 ہے۔ تو کل نمبر بتاؤ۔

۲۔ اگر چاولوں کا نرخ 12 سیر فی روپیہ ہو۔ تو ایک خاندان کا 50 روپے ماہوار خرچ ہوتا ہے۔ اگر چاولوں کا نرخ 14 سیر فی روپیہ ہو جائے۔ تو خاندان کا خرچ 48 روپے ہو جاتا ہے۔ دیگر اخراجات میں کوئی تبدیلی واقع نہیں ہوتی جب چاولوں کا نرخ ۱۸ سیر فی روپیہ ہو جائے۔ تو خاندان کا خرچ بتاؤ۔

۳۔ ایک کیڑا ۱۳ فٹ اونچے بانس پر چڑھتا ہے۔ وہ دن کے وقت ۳ فٹ چڑھتا ہے۔ اور رات کو ۱ فٹ نیچے اترآتا ہے۔ بتاؤ وہ بانس کی چوٹی پر کتنے دنوں میں چڑھ جائے گا۔

۴۔ ایک زمیندار ۵۷۰ روپے اور کچھ من شکر محصول میں دیتا ہے۔ اگر شکر کا بھاؤ 28 روپے من سے ۱۹ روپے من ہو جائے۔ تو کل محصول میں 15 فیصدی کی کمی ہو جاتی ہے۔ تو بتاؤ۔ شکر کتنے من دیتا ہے۔

۵۔ تین مسافروں نے ملکر کھانا کھایا۔ پہلے کے پاس تین روٹیاں دوسرے کے پاس ۷ روٹیاں اور تیسرے نے جو کھانے میں شریک ہوا ۱۰ روپیہ نقد دیکر چلتا ہوا۔ بتاؤ۔ وہ اس نقدی کو کس طرح بانٹیں۔

۱۵

۱۔ 2 مسافر ایک ہی جگہ کو جاتے ہیں۔ ان کے پاس 8 من بوجھ

تھا۔ ہر ایک کو زائد اسباب کی وجہ سے ۸ ۔ ۴/۳ روپے دینے پڑتے ہیں۔ اگر اسباب ایک ہی شخص کا ہوتا۔ تو زائد اسباب کا محصول ۱۷/۱ روپے دینا پڑتا ہے۔ بتاؤ ہر ایک آدمی کتنا بوجھ لے جا سکتا ہے۔ اور ہر ایک کے پاس کتنا اسباب ہے۔

۲۔ ایک بورڈنگ کے منیجر صاحب کی نگرانی میں ۵۰ بورڈ ہیں اگر دس بورڈ اور زیادہ ہو جائیں۔ تو ماہواری خرچ ۲۰ روپے زیادہ ہو جائے گا۔ مگر اوسط خرچ فی بورڈر ایک روپیہ کم ہو گئی۔ بتاؤ بورڈنگ ہوس کے پہلے اخراجات کیا تھے۔

۳۔ ساہوکار نے یکم بیساکھ کو ۵۰۰ روپے کسی آسامی کو قرض دیئے۔ ۱۷ جیٹھ کو آسامی نے ۷۰۰ روپے کا مال ساہوکار کو دیا۔ اگر یکم بھادوں کو حساب بیباق کیا گیا ہو۔ اور شرح سود ۱/۲ ۱ سینکڑہ ماہوار ہو۔ تو تا تاریخ حساب آسامی نے کل کتنا روپیہ ادا کیا۔

۴۔ $\{-[-\{-(-(-(-1)))\}]\}$ کو مختصر کرو

۵۔ ایک پونڈ چائے اور ۴ پونڈ کھانڈ کی قیمت ۵۰ شلنگ ہے۔ اگر چائے کی قیمت ۱۰ فیصدی اور کھانڈ کی قیمت ۵۰ فیصدی بڑھ جائے۔ تو کل قیمت ۶ شلنگ ۲ پنس ہو جاتی ہے۔ چائے اور چینی کی جداگانہ قیمت معلوم کرو۔

۱۶

ایک کام کو کرنے کے لئے بلرام کو آتما اور چاندن سے

تگنا وقت لگتا ہے - اور چاندن کو آتا اور بلرام سے وگنا
لگتا ہے - اگر وہ تینوں ملکر اس کام کو ۱۰ دن میں کر سکیں
تو بتاؤ ہر ایک کو علیٰحدہ علیحدہ کتنا وقت لگے گا -

۲- ۱۵۰۰ روپے کا سود در سود 5 روپے سینکڑہ ششماہی
شرح سے 2 سال کا معلوم کرو -

۳- ایک شخص نے ۳۰ میل کا سفر $1\frac{1}{2}$ گھنٹہ میں کچھ تو بذریعہ
ریل اور کچھ گاڑی کے ذریعے طے کیا - اگر وہ کل مسافت
بذریعہ ریل طے کرتا تو منزل مقصود پر آدھ گھنٹہ پہلے
پہنچتا - اور جتنا عرصہ وہ گاڑی میں رہا - اس کا $\frac{2}{5}$ حصہ وقت
بچ جاتا - بتاؤ اس نے گاڑی میں کتنی مسافت طے کی -

۴- ایک دن میں ایک گھڑی 5 منٹ تیز اور دوسری 3 منٹ
سست ہو جاتی ہے - دونو 12 بجے دوپہر کو ملائی
گئیں - دوسرے دن تیز گھڑی میں شام کے 8 بجے تھے
تو اصل وقت اور سست گھڑی کا وقت بتاؤ -

۵- ایک پونڈ چاء اور 3 پونڈ کھانڈ کی قیمت 3 روپے ہے -
اگر قند کا نرخ ۵۰ فیصدی اور چاے کا نرخ ۱۰ فیصدی
بڑھ جائے - تو قیمت 3 روپے ۸/ ہو جاتی ہے - چاء اور
قند کی قیمت فی پونڈ بتاؤ -

۱۷

۱- ایک شخص نے دو گھوڑے خرید کر ہر ایک کو 80 روپے
کو بیچا - اگر ایک گھوڑے کے بیچنے سے اسے اس
گھوڑے کی قیمت خرید کر ۲۰ فیصدی نفع اور دوسرے
گھوڑے کی قیمت خرید پر ۲۰ ر نقصان ہو - تو

کل لاگت پر اُسے کیا فیصد نفع یا نقصان ہوا۔

۲۔ ایک مربع کھیت کے گرد ایک سڑک 2 گز چوڑی بنی ہوئی ہے۔ مربع کا رقبہ معہ سڑک کے $2\frac{1}{2}$ ایکڑ ہے۔ سڑک پر کنکر بچھانے کا خرچ ۱/۴ پائی فی مربع گز دریافت کرو۔

۳۔ اگر 22 بیل 33 ایکڑ گھاس ۴/۲۷ دن میں کھالیں۔ اور 27 بیل ایسی ہی 28 ایکڑ گھاس ۸۴ دن میں۔ تو یہ فرض کر کے کہ گھاس یکساں اُگتی ہے۔ اور ہر ایک میں اس کی یکساں مقدار ہے۔ تو بتاؤ کتنے بیل ۷۰ ایکڑ گھاس ۲۴ دن میں ختم کریں گے۔

۴۔ ایک شخص نے ایک کارندہ لگان وصول کرنے پر مقرر کیا۔ اس کارندے نے ایسی ترازو کا استعمال کیا۔ جس کے ایک پلڑے میں ۴ سیر چیز دوسرے پلڑے میں 5 سیر ملتی ہے۔ ایک وصولی میں اس نے مالک اور مزارعہ کو دھوکا دے کر اس نے ایک من 5 سیر کا فائدہ اُٹھایا تو بتاؤ اصل لگان اس وصولی میں کیا تھا۔

۵۔ ایک شخص نے ایک گھوڑا اور ایک اونٹ ۳۰۰ روپے کو خریدے۔ اگر گھوڑے کو 5 فیصدی فائدہ اور اونٹ کو ۱۰ فیصدی نقصان پر بیچا جاوے۔ تو اُسے کل پر $6\frac{2}{3}$ فیصدی نفع ہوتا ہے۔ گھوڑے اور اونٹ کی جداگانہ قیمت معلوم کرو۔

۱۸

۱۔ تین مساوی گلاسوں میں ۷ : 8 ، 8 : 9 ، 9 : ۱۰ سے شراب اور پانی ملا ہوا ہے۔ اگر تینوں گلاسوں کو ایک برتن میں الٹ

دیا جاوے ۔ تو اس برتن میں پانی اور شراب کی نسبت کیا ہوگی۔

۲۔ ایک آدمی نے کچھ کھانڈ خریدی۔ جس کا ساتواں حصہ خراب ہوگیا۔ باقی کو ۹ روپے ۱۲ فی من فروخت کرنے سے کل لاگت پر ۱۵ روپے نقصان ہوا۔ اگر ۱۰ روپے فی من فروخت کرتا تو اس کو اکیس ۲۱ روپے فائدہ ہوتا۔ بتاؤ اس آدمی نے کتنے من کھانڈ خریدی اور فروخت کی۔

۳۔ ۷۴۵ روپے ۶ امردوں اور ۲۰ عورتوں اور ۱۰ لڑکوں میں اس طرح تقسیم کرو کہ ایک مرد اور ایک لڑکے کو دو عورتوں کے برابر ملے۔ اور عورتوں کو کل ۱۰۰ روپے ملیں۔

۴۔ ایک شخص ۵ ماہ تک ۴۵۰ روپے ماہوار خرچ کرتا رہا اس عرصے میں قرضدار ہوجانے کی وجہ سے اس نے اپنا خرچ ۳۰۰ روپے ماہوار کردیا۔ ۲ ماہ کے بعد اس کا تمام قرضہ بے باق ہوگیا۔ اس کی ماہواری آمدن بتاؤ۔

۵۔ ایک شہتیر ۶ فٹ لمبا اور ایک فٹ چوڑا ہے۔ اور ۹ انچ موٹا ہے۔ بتاؤ ایک انچ موٹے اور ۶ انچ چوڑے تختے چرانے کا خرچ کیا ہوگا۔ جبکہ خرچ فی ۱۰ مربع فٹ ۵ ٹکے ہو۔

۱۹

۱۔ ا ب ج د نے شراکت کی ا ب کا سرمایہ ج د کے سرمائے کے برابر ہے۔ ب کا سرمایہ ج سے دوچند ہے۔ اور د کا ب ج کے برابر ہے۔ اگر کل ۴۵۰ روپے منافع ہو۔ تو

تو ہر ایک کو کیا ملے گا۔

۲- ایک شخص نے دو گھوڑے مساوی قیمت کے خریدے اگر ایک کو 25 فیصدی نفع پر اور دوسرے کو ۵۰ روپے نقصان پر بیچے۔ تو دوسرے کی قیمت پہلے کا نصف رہ جاتی ہے۔ گھوڑے کی قیمت خرید بتاؤ۔

۳- اگر ۱۴ آدمی ۱۱ گھنٹے روز کام کرکے 25 دنمیں 132 گز لمبی 5 فٹ چوڑی اور ۲ فٹ گہری خندق کھود سکیں تو بتاؤ ۹ گھنٹے روز کام کرکے 65 آدمی کتنے دنوں میں 219 گز لمبی 8 فٹ چوڑی اور ۳ فٹ گہری خندق کھودیں گے۔

۴- ایک گھڑی ۲۴ سیکنڈ تیز ہو جاتی ہے $7\frac{3}{4}$ بجے درست کی گئی۔ اسی شام کو 8، ۹ بجے کے درمیان جب سوئیاں عین ایک خط میں ہوں گی۔ تو اصلی وقت کیا ہوگا۔

۵- ایک پولیس کا سپاہی ایک چور کے پیچھے 8 بجے صبح سے روانہ ہوا۔ اور چور پون گھنٹہ پہلے چلا تھا۔ اگر سپاہی کی رفتار $4\frac{1}{2}$ میل اور چور کی رفتار $3\frac{3}{4}$ میل فی گھنٹہ ہو تو چور کب پکڑا جاوے گا۔

۲۰

۱- 45 آدمی ایک کام کو ۳۰ دن میں کر سکتے ہیں۔ لیکن ہر دس دن کے بعد ۹ آدمی ان میں سے نکل جاتے ہیں۔ بتاؤ۔ کام کتنے دن میں ختم ہوگا۔

۲- سوہن و موہن ایک گول سڑک کے گرد جس کا محیط ۱۰ میل ہے۔ ایک ہی وقت میں ۳ میل اور ۲ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے ایک ہی سمت میں بھاگتے ہیں۔ بتاؤ وہ کب اکٹھے ہوں گے۔

۳- $\frac{311\times311-689\times689}{311-689}$ کو زبانی حل کرو۔

۴- $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3\times2} + \frac{1}{4\times3\times2} + \frac{1}{5\times4\times3\times2} + \frac{1}{6\times5\times4\times3\times2}$

کو ۷ مرتبہ اعشاریہ تک جمع کرو۔

۵- میرے پاس ۲/۱۷۰۹ روپے ہیں۔ اُن میں سے کچھ روپیہ 3 شرح سے 3 سال کے لئے اور کچھ روپیہ 4 سال کے لئے 4 شرح سے اور باقی 5 سال کے لئے 5 شرح سے قرض دئے۔ مدت مقررہ کے بعد ہر سہ رقومات کا سود برابر برابر وصول ہوا۔ بتاؤ کہ کتنا کتنا روپیہ قرض دیا گیا۔

مشقیہ الجبرا

۲۱

۱- ۹۰ کو ایسے تین حصّوں میں تقسیم کرو۔ کہ پہلے کا نصف دوسرے کی تہائی اور تیسرے کی چوتھائی کے برابر ہوں۔

۲- ایک آدمی کی عمر 33 سال ہے اس کے لڑکے کی عمر 12 سال ہے۔ کتنے سال پہلے باپ لڑکے سے چوگنی عمر کا تھا۔

۳- ایک مستطیل کا طول عرض سے 3 فٹ زیادہ ہے۔ اگر عرض کو 2 فٹ کم کر دیا جائے۔ تو رقبوں میں کچھ فرق نہیں آتا۔ طول و عرض علیٰحدہ علیٰحدہ بتاؤ۔

۴- ایک گھوڑا جتنے روپے کو خریدا۔ اتنے فیصدی نفع لیکر بیچ ڈالا۔ اگر قیمت فروخت 75 روپے ہو تو خرید بتاؤ۔

۵۔ ایک کھیت کا طول عرض سے $1\frac{1}{2}$ گنا ہے اگر عرض کو 3 فٹ کم اور طول کو 6 فٹ زیادہ کر دیا جائے تو۔ رقبے میں کوئی فرق نہیں آتا۔ طول و عرض بتاؤ۔

۴۲

۱۔ ایک درخت ۷۰ فٹ بلند ہے ہوا کے زور سے اس کی چوٹی جڑ سے 20 فٹ کے فاصلے پر جا لگی۔ بتاؤ درخت کتنی بلندی سے ٹوٹا۔

۲۔ کنول کا ایک پھول پانی کی سطح سے ۷ فٹ بلند ہے۔ ہوا کے زور سے جھک کر پھول کی چوٹی عین پانی کی سطح سے 8 فٹ کے فاصلے پر جا لگی۔ پھول کی لمبائی اور پانی کی گہرائی معلوم کرو۔

۳۔ ایک شخص نے کچھ دودھ 3 ر سیر خریدا۔ اور کل دودھ کا $\frac{1}{2}$ حصہ خرچ کر لیا۔ باقی میں 8 سیر پانی ملا کر مرکب 2.0 ر سیر بیچنے سے علاوہ نقصان کے 20 ر فائدہ ہوا۔ بتاؤ اس نے کتنے سیر دودھ خریدا تھا۔

۴۔ 127 کو ایسے چار حصوں میں تقسیم کرو۔ کہ اگر پہلے حصے میں 18 جمع کئے جاویں۔ اور دوسرے میں سے 15 تفریق اور تیسرے کو 6 سے ضرب دیں۔ اور چوتھے کو $2\frac{1}{2}$ پر تقسیم کریں۔ تو ما حصل برابر ہو۔

۵۔ ایک شخص ۱۰ گھنٹے میں 20 میل کشتی کو دھار پر سے جا کر واپس مقام روانگی پر پہنچ گیا۔ معلوم ہوا کہ دھار پر 2 میل اور دھار کے ساتھ 3 میل چلنے میں یکساں وقت لگتا ہے۔ آنے اور جانے کا وقت جداگانہ معلوم کرو۔

۳- ایک کپتان نے اپنی فوج خالی مربع کی شکل میں کھڑی کی ۶ قطاریں ہرطرف تھیں۔ پھر ایسے خالی مربع کی شکل میں کھڑا کیا۔ جس میں ۴ قطاریں ہرطرف تھیں۔ لیکن اب کی دفعہ ہر ضلع میں پہلے سے ۳۲ سپاہی زیادہ تھے۔ کل آدمی بتاؤ۔

۴- ایک شخص ۳ اور ۴ بجے کے درمیان سیر کو گیا۔ ۶ اور ۷ بجے کے درمیان واپس لوٹ کر آیا۔ تو اس وقت گھڑی کی سوئیوں نے جگہ بدل لی تھی۔ بتاؤ وہ شخص کب باہر گیا تھا۔

۵- $\left.\begin{array}{l} ۱۱ لا + ۱۳ ی = ۴۷ \\ ۱۳ لا + ۱۱ ی = ۱۷ \end{array}\right\}$ کو حل کرو

۲۵

۱- ایک عدد دو ہندسوں کا ہے۔ اگر ہندسوں کے مجموعے میں ۹ جمع کئے جاویں۔ تو ہندسے معکوس ہو جاتے ہیں۔ مجموعہ اعداد ۳۳ ہے۔ عدد معلوم کرو۔

۲- کچھ روپیہ چند آدمیوں میں تقسیم کیا جاوے۔ اگر ۳ آدمی کم ہوتے۔ تو ہر ایک کو ۱۵۰ روپئے زیادہ ملتے۔ اگر ۶ آدمی زیادہ ہوتے۔ تو ہر ایک کو ۱۲۰ روپئے کم ملتے مقدار روپیہ اور آدمیوں کی تعداد بتاؤ۔

۳- ۶ بھیڑوں اور ۳ گایوں کی قیمت ۸۸ روپئے ہے۔ ۳ بھیڑوں اور ۶ گایوں کی قیمت ۸۱ روپے ہے۔ جداگانہ قیمت بتاؤ۔

(۴) ایک قائم الزاویہ کی پیمائش سے معلوم ہوا کہ اگر وہ 5 فٹ چوڑا اور 3 فٹ لمبا زیادہ ہو۔ تو رقبہ 64 مربع فٹ اور اگر 3 فٹ چوڑا اور 2 فٹ لمبا ہو۔ تو رقبہ 68 مربع فٹ زیادہ ہوگا۔ طول اور عرض بتاؤ۔

۵- اگر ایک جماعت میں 3 بنچ بڑھائے جائیں۔ تو ہر ایک بنچ پر 3 لڑکے کم بیٹھ سکتے ہیں۔ اگر ایک بنچ کم کردیا جاوے تو ہر ایک بنچ پر 2 طالب علم زیادہ بیٹھتے ہیں لڑکوں کی تعداد بتاؤ۔

۲۶

۱- ایک عدد تین ہندسوں کا ہے۔ جن کا مجموعہ 9 ہے۔ اگر پہلے عدد کو لے لیں۔ تو وہ تیسرے کا 8 گنا ہے۔ اگر دوسرے دو عددوں کو لیں۔ تو وہ پہلے کے 8 گنے ہیں۔ وہ عدد بتاؤ

۲- ایک شخص نے ایک تصویر کسی قیمت پر خریدی۔ اور اتنی ہی قیمت اُس کے چوکھٹے کی دی۔ اگر تصویر کی قیمت ایک پونڈ زیادہ اور چوکھٹے کی قیمت 15 شلنگ کم ہوتی تو چوکھٹے کی قیمت تصویر کی قیمت سے آدھی ہوتی۔ تصویر کی قیمت بتاؤ۔

۳- ایک لڑکا اپنے گھر سے مدرسہ کو $\frac{1}{2}$ 3 میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جاتا ہے اور ۱۰ منٹ دیر سے پہنچتا ہے۔ اور دوسرے دن وہ 2 میل فی گھنٹہ کی رفتار اپنی بڑھا دیتا ہے۔ تو گھر سے مدرسے کا فاصلہ معلوم کرو۔

۴۔ ایک کسان نے کچھ بھیڑیں 3 پونڈ فی بھیڑ کے حساب سے اور اتنے ہی بھیڑیں 4 پونڈ فی بھیڑ کے حساب سے خرید یں اگر وہ اپنی رقم کو دونوں قسم کی بھیڑوں پر برابر برابر صرف کرتا تو اُسے دو بھیڑیں زیادہ ملتیں۔ بتاؤ اس نے کل کتنی بھیڑیں خریدیں۔

۵۔ جب چاولوں کا بھاؤ 8 سیر فی روپیہ ہوتا ہے۔ تو ایک کنبے کا خرچ 75 روپے ماہوار ہوتا ہے۔ اور جب چاولوں کا بھاؤ ۱۰ سیر فی روپیہ ہوتا ہے تو ماہوار خرچ 72 روپے ہوتا ہے۔ دیگر اخراجات میں کوئی تبدیلی واقع نہیں ہوتی۔ بتاؤ ماہوار خرچ کیا ہوگا۔ جبکہ چاولوں کا بھاؤ ۱۲ سیر فی روپیہ ہو

۲۷

۱- $\text{لا}^4 - \{4\text{لا}^3 - \{6\text{لا}^2 - (4\text{لا} + 1)\}\} - (\text{لا}^4 + 4\text{لا}^3 + 6\text{لا}^2 + 4\text{لا} + 1)$ کو مفرد کرو۔

2- $(\text{ا} + \text{ب} + \text{ج})^3 + 6\text{ا}\{\text{ا}^2 - (\text{ب} + \text{ج})^2\} + (\text{ا} - \text{ب} - \text{ج})^3$ کو مختصر کرو۔

ج۔ ایک شخص نے کچھ بھیڑیں 3 روپے فی بھیڑ کے حساب سے خریدیں۔ اور ان میں سے $\frac{2}{3}$ تو بحساب 5 روپے فی بھیڑ بیچ ڈالیں۔ اور باقی بحساب 48 روپے فی درجن اس طرح اس کو ۴۰ روپے نفع ہوا۔ تو اس نے کتنی بھیڑیں خریدیں تھیں

(4) $(\text{لا} + 1)^4 + 4(\text{لا} - 1)^4$ کو مفرد کرو۔

5- 2 5ا ج ب ÷ 3ا کو حل کرو۔

۲۸

(۱) 2لا³ + لا² − ۱۰لا + 6 اور 6لا² + لا − 15 کا معاور یافت کرو۔

۲- میں نے ایک شخص کو اس شرط پر نوکر رکھا کہ حاضری کے دے لے اور غیر حاضری کے ۳ ر دے۔ ۱۵ دونکے بعد اُس کو ایک روپیہ ۱۴/ ملے۔ تو بتاؤ وہ کتنے دن غیر حاضر رہا۔

۳- ایک شخص ۶ اور ۷ بجے کے درمیان ہوا خوری کو گیا۔ اور ۷، ۸ بجے کے درمیان واپس آیا۔ تو اُس نے دیکھا کہ گھڑی کی سوئیوں نے جگہ تبدیل کر لی ہے۔ بتاؤ وہ کس وقت گیا۔ اور کس وقت واپس آیا۔

۴- ایک سپہ سالار نے اپنی فوج کے ۶۰۰ آدمیوں کو ایک ایسے خالی مربع کی شکل میں کھڑا کیا۔ کہ جس میں 5 صفیں ہر طرف تھیں۔ تو بتاؤ کہ سامنے کی صف میں کتنے آدمی کھڑے تھے۔

۵- ایک ریل گاڑی نے کسی رفتار سے کچھ فاصلہ طے کیا۔ اگر اس کی رفتار ۶ میل فی گھنٹہ زیادہ تیز ہوتی۔ تو ۴ گھنٹے کم خرچ ہوتے۔ اور اگر ۶ میل فی گھنٹہ کم تیز ہوتی۔ تو ۶ گھنٹے زیادہ خرچ ہوتے۔ تو فاصلے کی لمبائی بتاؤ۔

۲۹

۱- ایک کسان نے کچھ بھیڑیں ۶ روپے فی بھیڑ کے حساب سے اور اتنی ہی آٹھ روپے فی بھیڑ کے حساب سے

خریدیں۔ اگر وہ دونو قسم کی بھیڑوں پر یکساں روپیہ خرچ کرتا۔ تو اس کو تین بھیڑیں زیادہ ملتیں۔ بتاؤ اس نے ہر ایک قسم کی کتنی کتنی بھیڑیں خریدیں۔

۲۔ ایک ہزار درخت ایک سڑک کے کنارے کنارے برابر برابر فاصلے پر لگائے۔ تو معلوم ہوا کہ کل نصف کام ہوگیا۔ اور ۱۵۰۰ درخت اور منگا کر ان میں شامل کر کے سب کو بہ نسبت پہلے کے دوگنے فاصلے پہ لگایا گیا۔ تو کام پورا ہوگیا۔ اور 500 گز زیادہ۔ بتاؤ پہلے کتنے کتنے فاصلے پر درخت لگائے گئے تھے۔

۳۔ ایک عدد دو ہندسوں سے مرکب ہے۔ جن کا فرق ۲ ہے اور اگر اس عدد میں سے ہندسوں کے مجموعے کا $\frac{3}{2}$ منہا کر دیا جائے۔ تو ہندسوں کی ترتیب الٹ جاتی ہے۔ وہ عدد بتاؤ۔

۴۔ جس کام کو ایک آدمی اور ایک لڑکا ۱۵ دن میں کر سکتے ہیں۔ اس کام کو ۶ آدمی اور ۷ لڑکے ۲ دن میں کر سکتے ہیں۔ بتاؤ اکیلا آدمی کتنے دنوں میں کریگا۔

۵۔ ایک پنساری کے پاس کچھ چائے دو روپے سیر والی اور کچھ 3 روپے سیر والی وہ ان دونو قسموں کو ملا کر ایک من چائے بحساب ۲ روپے ۱۳ سیر فروخت کرنے سے 25 فیصدی نفع اٹھاتا ہے۔ بتاؤ ہر قسم کی چائے کتنی کتنی ہوگی۔

۲۷۰

۱۔ کچھ مسافر سرائے میں آئے۔ بھٹیاری نے سوچا کہ اگر

ہر ایک مسافر کو ایک ایک کوٹھڑی دوں تو دو کوٹھڑیوں کی کمی رہتی ہے۔ اور اگر ایک ایک کوٹھڑی میں دو دو مسافر رکھوں تو 2 کوٹھڑیاں خالی رہ جاتی ہیں۔ سرائے کی کوٹھڑیوں اور مسافروں کی تعداد بتاؤ۔

۲۔ (لا + ج) / 5 = (لا − ی) / 4 = 3(لا + ی) / 8 کو حل کرو۔

۳۔ ایک ندی 1⅓ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے بہہ رہی ہے۔ جتنا وقت ایک شخص کو بہاؤ کے ساتھ ۱ میل تیرنے میں لگتا ہے۔ اس سے پانچ گنا وقت بہاؤ کے خلاف ۱ میل تیرنے میں لگتا ہے۔ بتاؤ وہ شخص کس رفتار سے تیرتا ہے۔

۴۔ ایسے دو متصلہ صحیح عدد معلوم کرو کہ ان کے مربعوں کا فرق 21 ہو۔

مشق جیومیٹری

—۳۱—

۱۔ ۱۰۰ فٹ لمبا زینہ ایک گھر کی دیوار کے ساتھ کھڑا ہے۔ تو بتاؤ کہ اس کو کتنا نیچا کریں کہ اس کے پاؤں دیوار سے ۱۰ فٹ کے فاصلے پر ہو جائیں۔

۲۔ ایک 25 فٹ لمبا زینہ ایک گلی کی 24 فٹ اونچی دیوار تک پہنچتا ہے اگر اس کو اُلٹ کر دوسری طرف لگاتے ہیں۔ تو 20 فٹ کی اونچائی تک پہنچتا ہے۔ گلی کا عرض بتاؤ۔

۳۔ ایک انچ چوڑے گوٹے کی لمبائی میلوں میں دریافت کرو۔ جو ایک ایکڑ کھیت کو ڈھانپ سکے

۴۔ ایک ایکڑ مربع شکل کے کھیت کے درمیان ایک تالاب بنا ہوا ہے۔ جس کا ہر ایک ضلع ۲۲ گز ہے۔ بتاؤ کتنی زمین جوتنے کے لائق ہے۔

۵۔ ایک رامبس کھیت کا رقبہ اس مربعے کے رقبے سے $\frac{1}{2}$ ہے۔ جبکا پیری میٹر رامبس کے پیریمیٹر کے برابر ہے۔ تو اس کے زاوے کی مقدار بتاؤ۔

۳۲

۱۔ ایک تکون کھیت کے دو ضلعے ۱۱۰ گز و ۲۲۰ گز ہیں۔ان کا درمیانی زاویہ آبٹیوس ہے۔ تو تیسرے ضلع کی لمبائی معلوم کرو۔ جبکہ کھیت کا رقبہ ٹھیک ایک ایکڑ ہو۔

۲۔ کسی ایک ہی لیٹرل تکون اور مربع کا پیریمیٹر ایک ہی ہے۔ ان کے رقبوں میں نسبت معلوم کرو۔

۳۔ تین مساوی دائرے جن کے نصف قطر دس دس فٹ میں باہم مس کرتے ہیں۔ تو ان کی درمیانی جگہ کا رقبہ معلوم کرو۔

۴۔ ایک دائرے کا قطر ۱۰۰ فٹ ہے ۶۰ فٹ اور 80 فٹ لمبے وتر اس کے متوازی نکالے گئے ہیں۔ اُن کے

انجاموں کو ملانے سے جو ٹریپیز ائڈ پیدا ہوگی۔ اس کا رقبہ معلوم کرو

(۱) جبکہ وتر قطر کے ایک ہی طرف واقع ہوں۔

(۲) جبکہ وتر قطر کے دونو طرف واقع ہوں۔

۵۔ رقبہ معلوم کرو

گز ان		
تک ف	1300	
800 تک ی		۸۰ تک ب
۵۰۰ تک ی	1300	
465 تک س		۵۰ تک د
0	1000	
300		۱۰۰ تک ج
تک گ ا		

۳۳

۱ ایک دائرہ جس کا نصف قطر ۴ فٹ ۲ انچ ہے۔ اس دائرے کے مرکز سے گزرتا ہے۔ جس کا نصف قطر ۵ فٹ ہے۔ تو ان کے نقاطِ تقاطع میں جو خط ملایا جاوے اس کی لمبائی معلوم کرو۔

۲۔ کسی تکون کے ۳ اضلاع میں ۴۱ : ۴۱ : ۵۰ ہے۔ اس کا ان ریڈس ۴۰ گز ہے۔ رقبہ بتاؤ۔

۳۔ ایک مربع کے ہر ایک ضلع پر اندر کی طرف ایکوی لیٹرل تکونیں بنائی گئی ہیں۔ ان تکونوں کے راسوں کے ملانے سے ایک اور مربع پیدا ہوتا ہے۔ اگر اصل مربع کا ہر ایک ضلع ۱۰ فٹ ہو۔ تو چھوٹے مربع کا

رقبہ انچوں تک معلوم کرو۔

۴۔ ایک تالاب ۷۰۰ فٹ لمبا۔ ۳۵ فٹ چوڑا ہے۔ اس میں سے ۲۷۰۰ من پانی باہر نکالا گیا ہے۔ اگر ایک مکعب فٹ پانی کا وزن ۳۰ سیر ہو۔ تو بتاؤ کہ پانی اپنی اصلی سطح سے کتنا گھٹ جائیگا۔

۵۔ اگر ایک مکعب فٹ پانی کا وزن ۳۰ سیر ہو۔ تو ایک ڈول میں جس کا قطر ایک گز ہے۔ اور بلندی ۴ فٹ ۶ انچ ہے۔ کتنا پانی آئیگا۔

۴۳

(۱) جنگل کا ایک میل چوڑا حلقہ ایک پہاڑ کے گول قاعدے کے گرداگرد واقع ہے۔ اگر اس قاعدے کا نصف قطر ۱۲ میل ہو تو بتاؤ کہ لمبی سے لمبی سیدھی سڑک جو اس جنگل میں سے نکلتی ہے اس کا طول کیا ہوگا۔

۲۔ ایک مستطیل کھیت کے ضلعوں میں ۳ : ۵ ہے اور رقبہ ۷۳۵ مربع جریب ہے۔ طول و عرض بتاؤ۔

۳۔ ایک کنول کا پھول پانی سے ا فٹ باہر تھا۔ ہوا کے زور سے جھک کر ۴ فٹ کے فاصلے پر پانی کی سطح سے جا لگا۔ پانی کی گہرائی معلوم کرو۔

۴۔ ایک کمرے کا طول ۱۶ فٹ عرض ۱۲ فٹ، ارتفاع ۱۵ فٹ ہے بتاؤ اس میں بڑے سے بڑا کتنا لمبا بانس رکھ سکتے ہیں

۵۔ ایک مثلث قائم الزاویہ کے زاویہ قائمہ سے جو عمود وتر پر گرایا گیا ہے۔ اس نے وتر کے دو حصے ۹ فٹ اور ۱۶ فٹ ہو گئے ہیں۔ عمود کی لمبائی اور مثلث کے ضلع معلوم کرو

۳۵

۱۔ ایک دائرے میں جس کا نصف قطر 3 فٹ ہے۔ دو قوسوں میں ایک وتر مشترک ہے۔ اور ایک قوس کا ارتفاع دوسری قوس سے دگنا ہے۔ وتر کی لمبائی معلوم کرو۔

۲۔ ایک گول چمن کے گرد باہر کی طرف گول سڑک بنی ہوئی ہے۔ اگر سڑک کا بیرونی محیط اندرونی محیط سے بقدر 44 گز زیادہ ہو۔ تو سڑک کی چوڑائی بتاؤ۔

۳۔ ایک لکڑی کا صندوق باہر سے 18 لمبا اور 18 چوڑا ہے۔ یہ ایک انچ موٹی لکڑی کا بنا ہوا ہے۔ اگر ایک مکعب فٹ لکڑی کا وزن 27 پونڈ ہو۔ تو بتاؤ خالی صندوق کا وزن کیا ہے۔

۴۔ ایک مربع کھینچو۔ جسکا ہر ایک ضلع 3 ہو۔ اس کے کسی گوشہ کو مرکز مان کر 2 نصف قطر کا دائرہ کھینچو۔ بتاؤ دائرے اور مربع میں کسقدر رقبہ مشترک ہے۔ اور مربعہ کا کتنا رقبہ دائرے سے باہر ہے۔

۵۔ ایک قائم الزاویہ کے اضلاع 9 فٹ اور 12 فٹ ہیں۔ اس کا وتر 1 : 2 سے تقسیم کیا گیا ہے۔ تو قائم الزاویہ کے باقی ہر دو کونوں سے نقطہ تنصیف معلوم کرو۔

عملی جیومیٹری

۳۶

۱۔ ایک مربع کا وتر 3 انچ ہے۔ صرف ایک سٹ کو ئر استعمال سے یہ مربع بناؤ۔

۲- دو مربع بناؤ۔ جن کے ضلعے ترتیب وار ایک انچ اور دو انچ ہوں۔ بتاؤ بڑے مربع کو کس طرح چار مربعوں میں تقسیم کریں کہ ہر مربع چھوٹے مربع کے برابر ہو

۳- ندی کے کنارے پر کسی ا مقام پر کھڑا ہوا۔ ایک شخص دوسرے کنارے پر ایک درخت ج کو اپنے عین سامنے دیکھتا ہے۔ اگر وہ ندی کے کنارے کنارے 5 گز تک چلکر کسی مقام ب سے ج دیکھے تو زاویہ اب ج 80 درجے ہے ندی کا پاٹ معلوم کرو

۴- پروٹریکٹر سے 54 درجے کا زاویہ بناؤ۔ اور پرکار اور پیمانہ سے اُس کے برابر زاویہ بناؤ۔

۵- ایک ایسی متوازی الاضلاع بناؤ۔ جس کے وتر جداگانہ 2.8 اور 3.6 ہوں اور بلندی 1.4 ہو

۳۷

۱ ایک مربع بناؤ۔ جس کا ایک ضلع $\sqrt{11}$ انچ ہو۔ خیال رکھو $11 = 36 - 25 = 11$

۲- ایک قطری پیمانہ بناؤ۔ جس پر انچ اور انچ کے دسویں اور سویں حصے کے نشان بنے ہوئے ہیں

۳- کسی ایکوی لیٹرل تکون اور مربع کا پیریمیٹر ایک ہی ہے۔ ثابت کرو کہ اُن کے سر کم ریڈیس میں $2\frac{1}{2} : \frac{3}{2}\sqrt{3}$ ہے

ایک آٹھ ضلع کی شکل بناؤ۔ پھر اُس کی نقل اتارو۔

۴۔ ایک قائم الزاویہ کے ضلعے ۳، 2 سم ہیں۔ اُس کے برابر ایک متوازی الاضلاع بناؤ۔ جس کا زاویہ 60 درجے کا ہو۔

۵۔

۳۸

ایک مثلث اب ج کے برابر مربع بناؤ۔

دو دائرے بناؤ، جن کے نصف قطر 5، 7 سم ہوں۔ ان کے

مرکزوں کا درمیانی فاصلہ ۶ اسم ہو۔ پھر ان کے مخالف سمتوں سے مماس مشترک کھینچو۔

۳ - ایک تکون کا قاعدہ 1.5 انچ ہے۔ اُس کا ارتفاع 1.2 انچ ہے اور زاویہ راس ۶۰ درجہ کا ہے۔ تکون بناؤ۔

۴ - ایک مثلث بناؤ۔ جس کا پیرمیٹر ۹سم ہو۔ اور قاعدے کے زاوے °۶۰، °۴۵ کے ہوں۔

۵ - ایک مربع بناؤ جسکا رقبہ ایک مربعہ معلوم کا نصف ہو

۳۹

۱- ایک مثلث بناؤ۔ جسکے ضلعے 2.3 سم اور 2.5 سم اور ۳ سم ہیں۔ سب سے چھوٹے ضلعے پر ایک مثلث متساوی الساقین بناؤ۔ جسکا رقبہ پہلی مثلث کے برابر ہو۔

۲ ایک دی ہوئی چوکور کے برابر ایک مربعہ بناؤ۔

۳ ایک مستطیل بناؤ۔ جسکا رقبہ ۳ مربع انچ اور ضلع 1.9 انچ ہو۔

۴ ایک دئے ہوئے دائرے کے اندر ایک وتر کھینچو۔ جو اپنے مرکزی فاصلہ سے دوگنا ہو۔

۵ $\sqrt{10}$ کی قیمت شکل ہندسی سے معلوم کرو۔

۶- ایک دئے ہوئے دائرے کے برابر جسکا قطر ۳سم ہو مربع بناؤ۔

۴۰

۱- ایک دی ہوئی تکون کے اندر مربع بناؤ۔

۲ - ایک مثلث قائم الزاویہ بناؤ۔ جسکا زاویہ قائمہ ہو۔ اور زاویہ قائمہ سے وتر پر عمود 1.2 انچ ہو

۳- ۱ انچہ کو اکائی مان کر $\sqrt{3.2} \times \sqrt{1.8}$ کی قیمت معلوم کرو۔

۴- قطری پیمانہ بناؤ۔ جس پر انچ کے دسویں، سوویں حصے کے نشان ہوں اور 2.75 انچ طول کو ماپ سکے

۵- 1.3، 0.7 انچ نصف قطر کے دائرے کھینچو۔ جن کے مرکزوں کا درمیانی فاصلہ ۲ انچ ہو۔ ان کے مخالف سمتوں کے مماس کھینچو

نمبر سوالات	١	٢	٣	٤	٥
٢٥	21	٣٠٠٠ روپے	گائے = ١٠ روپے بھیڑ = 3 روپے	طول = 14 فٹ عرض = 15 فٹ	٤٠ لڑکے
٢٦	324	$2\frac{1}{2}$ پونڈ	$1\frac{1}{2}$ میل	96 بھیڑیں	٧٠ روپے
٢٧	- ل8 - ل8 ج	ل8 ج	24 جریب	$\{(1-1)^2+(1-1)^2+(1+1)^2\}$ $\{(1-1)^2+(1-1)^2+(1+1)^2\}$	ا ب ج
٢٨	3 - ل2	160 دن	چھ بجکر $37\frac{109}{143}$ منٹ پر گیا سات بجکر $33\frac{21}{143}$ منٹ پر آیا	35	720
٢٩	72 بھیڑیں	$2\frac{1}{2}$ گز	75	20 دن	اول 30 سیر دوم ١٥ سیر
٣٠	مسافر = 8 کوٹھڑیاں = 6	12، 4 -	20	10، 11	
٣١	6.024 فٹ	22 فٹ	99 میل	4356 گز	150، 30 درجے
٣٢	324 گز	3:4 3	16 مربع فٹ	700 مربع فٹ = 4900	6 ایکڑ 1 روڈ 8.8 پول
٣٣	8 فٹ	29160 مربع گز	75 مربع گز 14 مربع انچ	$2\frac{1}{2}$ فٹ	24 من ٥ چ سیر
٣٤	١٠ میل	35 جریب 21 جریب	$7\frac{1}{2}$ فٹ	25 فٹ	20، 15 فٹ
٣٥	2 ⌐4	7 گز	$27\frac{1}{8}$ گز	$3\frac{1}{7}$ مربع انچ = $45\frac{6}{7}$	85.44 فٹ 72.11 فٹ

ختم شد

(منظور عام الیکٹرک پریس بازار پیسہ اخبار لاہور میں باہتمام ایم محمد حسین پرنٹر منیجر چھپا)

واقعی اگر آپ نہایت کامیابی کے ساتھ فسٹ ڈویژن میں پاس ہونا چاہتے ہیں تو ہمارے پرچہ جات اپٹوڈیٹ مطالعہ کریں

نام کتاب	کلی	ابتدائی
حل پرچہ جات حساب تحریری اپٹوڈیٹ نارمل	۱۰	/۶
" " تقریری نارمل		
" علم التعلیم اپٹوڈیٹ	۱۲/	/۸
" مطالعہ قدرت "	/۸	۵/
" جغرافیہ "	۱۰	/۸
" زبانداني یا تعلیم زبان "	/۸	/۵
مجموعہ سوالات امتحان نارمل بلا حل "	۱۰/	۱/
پرچہ جات مع حل فائنل مڈل اپٹوڈیٹ		
حل حساب الجبرا جیومیٹری اپٹوڈیٹ	۱۲/	/۶
" تاریخ جغرافیہ حفظ صحت "	۱۲/	/۷
" فارسی "	۱۲/	/۶
" اردو "	۱۲/	/۶
" سائنس "	۱۲/	/۶
" سنسکرت ہندی "	۱۲/	۸/
انگلش ود السمر "	/۲	/۵
مجموعہ - پرچہ بغیر حل جس میں حساب الجبرا جیومیٹری زبانی حساب تاریخ جغرافیہ حفظ صحت اردو - فارسی ڈرائنگ زراعت ترتیب وار درج ہیں اپٹوڈیٹ	۱۲/	۸/

نام کتاب	اعلیٰ	ابتدائی
اصول وطریقہ تعلیم حساب حصہ اول	۱۴/	۱۴
" " " دوم		
مصنفہ لالہ بہاری لال صاحب		
شرح نصاب اردو نارمل	۱۲/	۸/
خلاصہ فارسی نارمل	۱۲	۷/
رہنمائے علم التعلیم سردار جودھ سنگھ	۱۴/	۸
" " گوبند سنگھ		۲
ارمغان زبانی حساب	۱۲/	۶/
جغرافیہ مولوی لال دین صاحب		۶/
" لالہ رام رکھا مل "	۸/	۸/
" پنڈت نرسنگھ لال صاحب	۱۰/	۹/
خلاصہ جغرافیہ پنجاب سوہن لال صاحب	۳/	۲
" ہندوستان	۳/	۳/
جغرافیہ جدید مولوی لال دین صاحب	۱۴/	۱۴/
شاہراہ جغرافیہ لالہ دینا ناتھ صاحب		
ماسٹر نارمل سکول جالندھر		۱۲/
آئینہ پنجاب	۳/	۲/
جغرافیہ عالم حصہ اول دوم سوم ہر ایک حصہ کی قیمت علیحدہ علیحدہ	۴/	۳/